

徳島大学工学部 正員 児嶋弘行
 徳島大学工学部 正員 平尾 潔
 KK 日建設計 正員 O 古市和行

1. はしがき 骨組構造の極限耐力に関する研究は多方面において活発に行なわれ、種々の観点に立つて解析法がすでに数多く報告されてきており、著者も、弾塑性状態にある骨組の不安定現象を検討して極限耐力を算定する一解析法について報告した¹⁾。しかしながら、これらの研究の大部分は部材に存在する不完全性の影響を無視したものであり、このあたりにまだ研究の余地が残されていると考えられる。本研究は、鋼部材に存在する種々の不完全性のうち、とくに元たわみを取り上げ、その波形と半波の正弦波形、および、2次の拋物線形と仮定した場合について、軸方向力が曲げ変形にあよぼす影響を考慮して変形法の基本式を誘導し、これと上述の解析法に適用して、2,3の例題について京都大学大型計算機FACOM-230-75による自動解析を行なって検討したものである。なお、軸方向力による2次的な曲げを考慮した解析においては、元たわみを有する部材はもとより、直線部材に関しても部材の中間点における塑性関節の発生に対する検討が要求されるが、本研究では、軸方向圧縮力を受ける曲げ部材に対してこれを行ない、その結果、中間点に塑性関節が発生したとみなされる部材（以下、中間塑性関節部材とよぶ）については、以後の荷重増分に対する基本式と別に誘導して用いている。

2. 元たわみを考慮した変形法の基本式 部材の固有座標系 ξ にあける元たわみを $\eta_0 = f(\xi)$ と表わした場合、上述の2通りの波形は、部材の中央にあける元たわみ量 δ_0 を用いて、それぞれ、 $\eta_0 = \delta_0 \sin \pi \xi / l$ （正弦波）、 $\eta_0 = 4\delta_0 \xi(l-\xi)/l^2$ （拋物線）とかくことができる。いま、この η_0 をもつ部材の固有座標系にあける基本式を式(1)のように表わせば、その各段の内容は部材の条件に応じて式(2)~(7)ようになる。

$$S_{ij} = K_{ii} \delta_i + K_{ij} \delta_j + S_{i0}, \quad S_{ij} = \{N, Q, M\}_{ij}^T, \quad \delta_i = \{\delta_\xi, \delta_\eta, \Theta\}_{ij}^T, \quad S_{i0} = \{N, Q, M\}_{i0}^T, \quad (1)$$

$$S_{ji} = K_{ji} \delta_i + K_{jj} \delta_j + S_{j0}, \quad S_{ji} = \{N, Q, M\}_{ji}^T, \quad \delta_j = \{\delta_\xi, \delta_\eta, \Theta\}_{ji}^T, \quad S_{j0} = \{N, Q, M\}_{j0}^T.$$

a) 両端剛節部材 $a = EA/l, \quad b = 12EI/l^3, \quad c = 6EI/l^2, \quad d = 4EI/l, \quad e = 2EI/l$

$$K_{ii} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b\varphi_5 & c\varphi_2 \\ 0 & c\varphi_2 & d\varphi_3 \end{bmatrix}, \quad K_{ij} = K_{ji}^T = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & -b\varphi_5 & c\varphi_2 \\ 0 & -c\varphi_2 & e\varphi_4 \end{bmatrix}, \quad K_{jj} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b\varphi_5 - c\varphi_2 \\ 0 & -c\varphi_2 & d\varphi_3 \end{bmatrix}, \quad N_{i0} = N_{j0} = 0$$

$$Q_{i0} = Q_{j0} = 0$$

$$M_{i0} = -2\delta_0 N_{ij} \pi \varphi_1 / \pi \quad (\text{正弦波}) = -2\delta_0 N_{ij} / 3\varphi_2 \quad (\text{拋物線}), \quad M_{j0} = -M_{i0} \quad (2)$$

b) i 端塑性関節(滑節)・j 端剛節部材 $b' = 3EI/l^3, \quad c' = 3EI/l^2, \quad d' = 3EI/l$

$$K_{ii} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b'\varphi_1^H & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_{ij} = K_{ji}^T = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & -b'\varphi_1^H & c'\varphi_2^H \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_{jj} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b'\varphi_1^H - c'\varphi_2^H \\ 0 & -c'\varphi_2^H & d'\varphi_3^H \end{bmatrix}, \quad N_{i0} = N_{j0} = 0$$

$$M_{i0} = M_{ij}^P$$

$$Q_{i0} = \frac{3}{2} \varphi_1^P \frac{M_{ji}^P}{l} + \begin{cases} 3\delta_0 N_{ij} \pi \varphi_2^H / \pi l & (\text{正弦波}) \\ \delta_0 N_{ij} / \varphi_3 l & (\text{拋物線}) \end{cases}, \quad M_{j0} = \frac{1}{2} \varphi_2^P M_{ij}^P + \begin{cases} 3\delta_0 N_{ij} \pi \varphi_2^H / \pi & (\text{正弦波}) \\ \delta_0 N_{ij} / \varphi_3 & (\text{拋物線}) \end{cases}$$

$$Q_{j0} = -Q_{i0}, \quad \text{ただし、i 端滑節の場合には、上式において、} M_{ij}^P = 0 \quad \text{とする。} \quad (3)$$

c) i 端剛節・j 端塑性関節(滑節)部材

$$K_{ii} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b'\varphi_1^H & c'\varphi_2^H \\ 0 & c'\varphi_2^H & d'\varphi_3^H \end{bmatrix}, \quad K_{ij} = K_{ji}^T = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & -b'\varphi_1^H & 0 \\ 0 & -c'\varphi_2^H & 0 \end{bmatrix}, \quad K_{jj} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b'\varphi_1^H & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad N_{i0} = N_{j0} = 0$$

$$M_{j0} = M_{ji}^P$$

$$Q_{i0} = \frac{3}{2} \varphi_1^P \frac{M_{ji}^P}{l} - \begin{cases} 3\delta_0 N_{ij} \pi \varphi_2^H / \pi l & (\text{正弦波}) \\ \delta_0 N_{ij} / \varphi_3 l & (\text{拋物線}) \end{cases}, \quad M_{i0} = \frac{1}{2} \varphi_2^P M_{ji}^P - \begin{cases} 3\delta_0 N_{ij} \pi \varphi_2^H / \pi & (\text{正弦波}) \\ \delta_0 N_{ij} / \varphi_3 & (\text{拋物線}) \end{cases}$$

$$Q_{j0} = -Q_{i0}, \quad \text{ただし、j 端滑節の場合には、上式において、} M_{ji}^P = 0 \quad \text{とする。} \quad (4)$$

d) 両端塑性関節(一端塑性関節・他端滑節、両端滑節)部材

$$IK_{ii} = -IK_{ij} = -IK_{ji} = IK_{jj} = \begin{Bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \quad N_{io} = N_{jo} = 0, \quad M_{io} = M_{ij}^P, \quad M_{jo} = M_{ji}^P \quad (5)$$

$$Q_{io} = (M_{ij}^P + M_{ji}^P - N_{ij} \Delta \delta_{ij}^0) / l, \quad Q_{jo} = -Q_{io}$$

ただし、i 端滑節の場合、 $M_{ij}^P = 0$ 、j 端滑節の場合、 $M_{ji}^P = 0$ 、両端滑節の場合、 $M_{io} = M_{jo} = Q_{io} = 0$

e) 限界軸方向力部材

$$IK_{ii} = IK_{ij} = IK_{ji} = IK_{jj} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad N_{io} = N_{ij}^P \text{ (or } N_{ji}^P), \quad N_{jo} = -N_{io} \quad (6)$$

$$Q_{io} = (M_{ij}^P + M_{ji}^P - N_{io} \Delta \delta_{ij}^0) / l, \quad Q_{jo} = -Q_{io}, \quad M_{io} = M_{ij}^P, \quad M_{jo} = M_{ji}^P$$

f) 中間塑性変節部材 柱端 i より l_a 、柱端 j より l_b の距離にある長 m に塑性変節があるものとする、

$$IK_{ii} = \begin{Bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b' \varphi_{ij}^H & c' \varphi_{ij}^H \\ 0 & c' \varphi_{ij}^H & d' \varphi_{ij}^H \end{Bmatrix}, \quad IK_{ij} = IK_{ji}^T = \begin{Bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & -b' \varphi_{ij}^H & c' \varphi_{ij}^H \\ 0 & -c' \varphi_{ij}^H & d' \varphi_{ij}^H \end{Bmatrix}, \quad IK_{jj} = \begin{Bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b' \varphi_{ij}^H & -c' \varphi_{ij}^H \\ 0 & -c' \varphi_{ij}^H & d' \varphi_{ij}^H \end{Bmatrix}, \quad N_{io} = N_{jo} = 0$$

$$Q_{jo} = -Q_{io}$$

$$Q_{io} = \frac{3}{2} \varphi_{ij}^P \frac{M_{mi}^P}{l} + \begin{cases} 3 \delta_0 N_{ij} \pi \{ \varphi_{aj}^H - \varphi_{ai}^H + \pi \varphi_{ij}^P \sin(\pi l_a / l) / 2 \} / \pi l & \text{(正弦波)} \\ 12 \delta_0 N_{ij} \{ \varphi_{ai}^H - \varphi_{aj}^H - \varphi_{ij}^P \} / k^2 l^3 & \text{(抛物線)} \end{cases} \quad (7)$$

$$M_{io} = \frac{1}{2} \varphi_{ij}^P M_{mi}^P + \begin{cases} 3 \delta_0 N_{ij} \pi \{ \varphi_{aj}^H - \varphi_{ai}^H + \pi \varphi_{ij}^P \sin(\pi l_a / l) / 6 \} / \pi & \text{(正弦波)} \\ 4 \delta_0 N_{ij} \{ 3(\varphi_{ai}^H - \varphi_{aj}^H) - \varphi_{ij}^P - 2 \} / k^2 l^2 & \text{(抛物線)} \end{cases}$$

$$M_{jo} = -\frac{1}{2} \varphi_{ij}^P M_{mi}^P - \begin{cases} 3 \delta_0 N_{ij} \pi \{ \varphi_{aj}^H - \varphi_{ai}^H - \pi \varphi_{ij}^P \sin(\pi l_b / l) / 6 \} / \pi & \text{(正弦波)} \\ 4 \delta_0 N_{ij} \{ 3(\varphi_{aj}^H - \varphi_{ai}^H) - \varphi_{ij}^P - 2 \} / k^2 l^2 & \text{(抛物線)} \end{cases}$$

以上において、 $k^2 = |N_{ij}| / EI$ 、 $\pi = \pi^2 / (\pi^2 - k^2 l^2)$ ($N_{ij} > 0$)、 $\pi = \pi^2 / (\pi^2 + k^2 l^2)$ ($N_{ij} < 0$) であり、各種の安定性変数は、 $\varphi_1 = k l \sin k l / 2(1 - \cos k l)$ ($N_{ij} > 0$)、 $\varphi_1 = k l \sinh k l / 2(\cosh k l - 1)$ ($N_{ij} < 0$)、 $\varphi_2 = k^2 l^2 / 12(1 - \varphi_1)$ ($N_{ij} > 0$)、 $\varphi_2 = k^2 l^2 / 12(\varphi_1 - 1)$ ($N_{ij} < 0$)、 $\varphi_3 = (3\varphi_2 + \varphi_1) / 4$ 、 $\varphi_4 = (3\varphi_2 - \varphi_1) / 2$ 、 $\varphi_5 = \varphi_1 \varphi_2$ 、 $\varphi_1^H = 4\varphi_5 - 3\varphi_2^2 / \varphi_3$ 、 $\varphi_2^H = \varphi_5 / \varphi_3$ 、 $\varphi_1^P = \varphi_2 / \varphi_3$ 、 $\varphi_2^P = \varphi_4 / \varphi_3$ 、 $\varphi_3^H = k^2 l^3 \cos k l_a \cos k l_b / 3D$ 、 $\varphi_{ai}^H = \varphi_3^H \tan k l_a / k l$ 、 $\varphi_{aj}^H = \varphi_3^H \tan k l_b / k l$ 、 $\varphi_4^H = k l \sin k l_a \sin k l_b / 3D$ 、 $\varphi_{ai}^H = \varphi_{ai}^H - \varphi_4^H$ 、 $\varphi_{aj}^H = \varphi_{aj}^H - \varphi_4^H$ 、 $\varphi_3^P = 2k l (\cos k l_b - \cos k l_a) / 3D$ 、 $\varphi_{ai}^P = 2(k l \cos k l_b - \sin k l_a - \sin k l_b) / D$ 、 $\varphi_{aj}^P = 2(k l \cos k l_a - \sin k l_a - \sin k l_b) / D$ 、 $D = \sin k l - k l \cos k l_a \cos k l_b$

によって計算される。なお、上記以外の記号の説明は講演会の当日行なう。

3. 解析法の概要 極限耐力と算定するための荷重強度の増加方法や崩壊過程の追跡法は、文献 1) の場合とほぼ一致するので詳細については省略し、解析手順の概略を示せば図-1 のフローチャートのようなものである。

4. 解析例 簡単な内型ラーメンと文献 1) で用いた例題とにおいて、元たわみ量 $\delta_0 / l = 1 / 100$ をもつ部材と適当に配置した種々の例題について数値計算を行なったが、結果の詳細については講演会の当日報告する。

5. おわりに 本研究で得られた結果を総括すればおおよそ次のようである。

1) 部材のもつ元たわみが骨組の崩壊過程や極限耐力におよぼす影響は、例題によってまちまちであり、一定の傾向と見出すことは困難であったが、荷重によって生じる部材の曲げ変形を助長する方向に元たわみが存在する場合、元たわみがない場合に比較して極限耐力は低下すると云える。

2) 元たわみ部材を適当に配置したローゼンブリッジの例題において、元たわみ部材に中間塑性変節の発生がみられ、これを無視した場合の結果と比較して低い極限耐力を示したこと、元たわみ部材の存在する骨組の解析においては、中間塑性変節の発生を考慮して解析の必要性がうかがわれる。

参考文献 1) 奥嶋・平尾 “平面剛滑節構造物の一自動極限解析”

土木学会論文報告集 オ 218 号・1973 年 10 月 P.P. 19~30

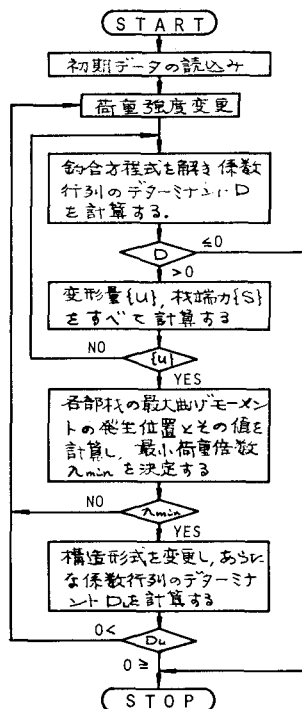


図-1 フローチャート