

(株) 神戸製鋼所 正 ○ 頭井 洋
 新家 徹
 波田 凱夫

1. まえがき

アーチの塑性崩壊の解析については、比較的早くから数多くの研究が行なわれてきているが、それらのほとんどは、単純塑性理論に基づくもので、変形や塑性域の広がりには考慮されておらず、また崩壊に至るまで、不安定現象は生じないものとしている。最近になり、Harries は変形および塑性域の広がりや考慮したアーチの耐荷力の解析法を報告しており³⁾、その中では満載等分布荷重による非弾性分岐座屈も取扱われている。また倉西・Le-Wu Lu は、Harries と同様の繰返し手法を用いて、アーチの耐荷力の解析を行なっている⁴⁾。しかし、これらの解析では、対象を2ヒンジアーチに限っており、載荷条件も満載等分布荷重およびそれに加え半載荷重が載荷した場合のみを計算の対象としている。著者は、先に伝達マトリックス法を用いたアーチの面内弾性座屈および2次の応力問題の汎用解析法を報告した¹⁾。また同様の手法を用いて、アーチ軸線の伸縮および座屈前の変形の影響を考慮した解析を行ない、これらが座屈挙動に及ぼす影響についても報告した²⁾。本文は、この手法を用いて、変形の影響および塑性域の広がりや考慮したアーチの非弾性分岐座屈および塑性崩壊の解析を行なったものである。本文の手法によれば、境界条件や載荷条件にかかわらず、任意のアーチの耐荷力を計算できる。

2. 理論解析

解析に用いた主な仮定は、文献2)の仮定に加え次のとおりである。

1) 応力ひずみ関係は完全弾塑性体モデルとし、ひずみ硬化および履歴効果は考えない。

2) 断面が塑性域に入った後も平面保持の法則が成立する。

3) 曲げモーメントおよび軸力は、適当に分割された要素内で一定である。

本文で取扱う問題の基礎方程式は、上記の仮定のもとに2次の解析理論より次のように与えられる²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{K_E} \Delta EF \left[\mu EJ \{ (K_0 W)' - v'' \} \right]' - W' - K_0 v &= - \frac{g_m}{K_0 \Delta EF} \left(1 + \frac{v''}{K_0} - W' \right) \\ \frac{1}{K_F} \left\{ \Delta EF (W' + K_0 v) \right\}' + \left[\mu EJ \{ (K_0 W)' - v'' \} \right]' &= - \frac{g_c}{K_0} \left(1 + \frac{v''}{K_0} - W' \right) \end{aligned} \right\} \quad (1) a, b$$

式(1)の記号については、文献1)および2)と同様であるのでそれらを参照されたい。式(1)における EJ および EF は、材料が完全弾性範囲にある時の曲げ剛性および伸び剛性である。また式(1)の μ および ν はそれぞれ曲げ剛性および伸び剛性の減少率で、文献4)における α と同等である。式(1)において $\mu = \nu = 1$ とおけば2次弾性解析の基礎方程式となる。 μ および ν は、曲げモーメントと軸力に対する曲率の変化と軸線の伸びの関係(いわゆる $M-N-\phi-\epsilon$ の関係)が得られればただちに導びける。この方面の研究は、曲げと軸力を受ける柱の耐荷力の研究分野で盛んに行なわれている。最近では、残留応力およびひずみ硬化の影響を考慮した任意断面の $M-N-\phi-\epsilon$ の関係を数値的に求める方法が提案されているが、これらの成果を本文の手法に適用すれば、残留応力およびひずみ硬化を考慮したアーチの非弾性座屈および塑性崩壊の解析ができる。ここではその第一歩として、解析的に簡単に $M-N-\phi-\epsilon$ の関係が得られることから、図1に示したように、残留応力およびひずみ硬化の影響を無視した矩形断面およびパイプ断面を有するアーチを計算の対象とした。残留応力およびひずみ硬化を無視すると、断面の応力状態は図1に示したように、完全に弾性範囲にある場合a)、圧縮側縁のみ降伏した第1次弾塑性状態b)、圧縮側縁引張側縁ともに降伏した第2次弾塑性状態c)、断面のすべてが降伏した完全塑性状態d)の4段階に分けられる。これらそれぞれの応力状態における $M-N-\phi-\epsilon$ の関係および μ, ν の計算式を表1に

示した。紙面の都合上パイプ断面については省略した。表1のmおよびSは無次元化した曲げモーメントおよび軸力それぞれ次式で与えられる。

$$m = |M|/M_F, \quad S = |N|/N_F \quad (2)_{a,b}$$

式(2)のM_FおよびN_Fはそれぞれ純曲げによる降伏モーメントおよび軸力のみによる全断面降伏力である。式(1)を解いてvとwの解を求めこれより傾斜角 ψ 、曲げモーメントM、せん断力Qおよび軸力Nの解が得られる。^{1,2)}これよりアーチ要素両端の状態量を関係づける格間伝達マトリックスが求まる。これより以下の所論は、文献1)および2)におけるEJ, EFを $\mu EJ, \nu EF$ と置きかえるだけで、他はほぼ同様である。計算の手順は以下の通りである。

1. 最初にはすべての断面が弾性範囲にあるとする。このときすべての断面で $\mu = \nu = 1$ である。
2. 荷重を漸増させ、その都度各断面での応力状態が図1のいずれの状態にあるかの判定を行なう。応力状態が非弾性域に達している断面では μ および ν の修正を行なう。荷重を一定に保ったまま、あらたに修正された μ および ν をいって各断面での変位、断面力を求める。こうして求めた断面力M, Nの組合せに対し μ, ν を求めなおし、 μ, ν が収束するまで計算を繰返す。
3. μ, ν が収束すれば荷重を漸増させ、2の計算を繰返す。
4. 限界荷重の判定は、2通りの判定をもつて行なわれる。ひとつは分岐座屈荷重の判定であり、これは各荷重での座屈条件式(文献1)の式(26))が0となる荷重をもつて決定できる。いまひとつは塑性崩壊荷重の判定であり、これは断面の応力状態が完全塑性状態に達する荷重をもつて崩壊荷重とすることができ。

なお、固定アーチの場合には、限界荷重に達する前に、アーチ両端あるいは、片側の端部に塑性ヒンジが形成されるので境界条件の修正が必要である。

3. 計算例

図2にHarriesの解³⁾との比較図を示した。本文による計算値は、Harriesによる解と良く一致している。他の載荷形式あるいは固定アーチの計算例については、当日スライドを用いて説明する予定である。

参考文献

- 1) 渡田, 新家, 頭井: 伝達マトリックス法によるアーチの面内弾性座屈および2次の応力内題の解析, 土木学会論文報告集 No 224, 1974, 4
- 2) 頭井, 新家, 渡田: アーチの面内弾性座屈荷重に及ぼす座屈前の変形の影響について, 土木学会関西支部年次講演会概要集, 1974, 5
- 3) Harries: Traglasten stählerner Zweigelenkbogen mit ausgebreiteten Fließenzonen, Der Stahlbau H.6 und H.7, 1972
- 4) Kuranishi and Le-Wu Lu: Load carrying capacity of two hinged steel arches, Proc. of JSCE, No 204, 1972

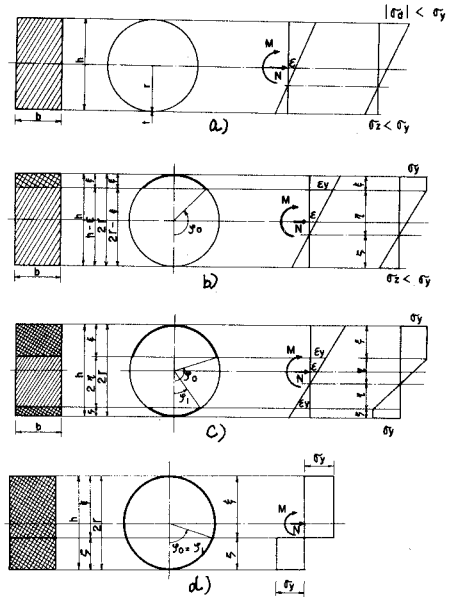


図1 断面の応力状態

表1 矩形断面のM-N- ϕ -Eの関係

ケース	条件	ϕ とEの計算式	μ と ν の計算式
I	$0 < m \leq 1-S$	$ \phi = \frac{2EF}{h} m$ $ E = EF \cdot S$	$\mu = 1$ $\nu = 1$
II	$1-S < m \leq (1+2S)(1-S)$	$ \phi = 8 \frac{EF}{h} \frac{(1-S)}{(3-1-S)^2}$ $ E = EF \left[1 - 4 \frac{2(1-S)m}{(3-1-S)^2} \right]$	$\mu = \frac{m(3-1-S)^2}{4(1-S)}$ $\nu = \frac{S}{1-4 \frac{2(1-S)m}{(3-1-S)^2}}$
III	$(1+2S)(1-S) < m < \frac{3}{2}(1-S)^2$	$ \phi = \frac{2EF}{h \sqrt{3(1-S)^2-2m}}$ $ E = \frac{SEF}{\sqrt{3(1-S)^2-2m}}$	$\mu = m \sqrt{3(1-S)^2-2m}$ $\nu = \sqrt{3(1-S)^2-2m}$

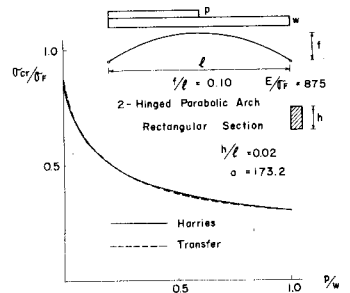


図2 Harriesの解との比較