

大阪大学工学部 正員 小松定夫
 大阪大学工学部 正員 北田俊行
 大阪大学大学院 学生員 O宮崎壽司

⑦ まえがき 最近の橋梁構造物等は、薄肉化および溶接技術の発達・普及により、残留応力と初期たわみが不可避となつた。(しかし)残留応力と初期たわみの両者を同時に有する圧縮板の解析例は、まだ例を見ないようである。そこで本研究は、この両種の初期不整を同時に有する圧縮板の極限状態と、弾塑性たわみ問題として、有限要素法によつて、修正増分法と反復法を用いて解析した。

② 解析法 変位増分の推定には、増分前の変形状態を平面の三角形要素で近似し、二次の幾何学的剛性マトリックスの項を省略した。反復計算における不均衡力の算定には、移動座標をたぐみに使つた D.W. Murray, E.L. Wilson の考案に従つた。その詳細については、文献(2)を参照されたい。

残留応力および変形状態 I における変位による応力を、それぞれ σ_r および σ_i とする。仮想変位の原理より、

$$\delta F_I + \delta F_{II} = \int A_L \{ \sigma_i + \sigma_r + \Delta \sigma_i \} dV \quad (1)$$

ここに、 $\Delta \sigma_i = A_L \Delta u_i$

$F_I, \Delta F_{II}$ はそれぞれ 節点力、その増分である。

式(1)を全体座標系であらわし、Assembleすれば、

$$F_I + \Delta F_{II} = \sum T_L^T \{ A_L \{ \sigma_i + \sigma_r + \Delta \sigma_i \} dV \\ (T_L: \text{座標変換マトリックス})$$

最初の荷重増分においては、

$$\Delta F_0 = \sum T_0^T \{ [A_0 \sigma_0 dV] + [A_0 \sigma_r dV] \} = K \Delta U + F_r$$

したがつて、最初の荷重増分においてのみ、右辺の第2項を消去するように、 $-F_r$ を荷重項に付加し、この状態を初期状態とする。それ以後の変形状態については、式(2)を用いて変位増分を推定する。

$$\Delta F_{II} + \Delta R_{II} = (K + K_G) \Delta U \quad (2) \quad (\Delta R_{II}: \text{前段階の不均衡力})$$

この変位増分より剛体変形を除き、その変位に対しては、微小変形理論に適用できるものとして、不均衡力の算定を行なつた。

塑性応力-ひずみマトリックス D_p は、Zienkiewicz や山田の考案に従つて求めた。剛性マトリックスの計算時に必要な D の方向の積分は、要素を層割し、各層内では応力分布および D の分布は直線分布する (Fig. 1) と仮定すれば、次のようになる。

$$\int D dz = \sum_{k=0}^n (D_{k+1} + D_k) / 2$$

$$\int z D dz = \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{2} \bar{z}_k t_k (D_{k+1} + D_k) + (D_{k+1} - D_k) \frac{t_k^2}{12} \right]$$

$$\int z^2 D dz = \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{2} (D_{k+1} + D_k) t_k (\bar{z}_k^2 + t_k^2 / 12) + \frac{1}{6} (D_{k+1} - D_k) \bar{z}_k t_k \right]$$

$$\text{ここに、} \quad D_k = \begin{cases} D_{k,e} & (\text{弾性}) \\ \alpha D_{k,e} + (1-\alpha) D_{k,p} & (\text{弾性} \rightarrow \text{塑性}) \\ D_{k,p} & (\text{塑性}) \end{cases} \quad \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ (c) \end{matrix}$$

$\alpha = (\text{降伏に至るまでの歪増分}) / (\text{全歪増分})$

真の節点力と荷重との差、つまり不均衡力が正の時は、次の反復計算に正の荷重を

もち込んで、不均衡力の消去をはかるわけであるが、その反対に、不均衡力が負の場合 (Fig. 3) には、負の荷重をもち込む、つまり計算のテクニック上、除荷することになる。ところがすでに塑性域に入っている要素があると

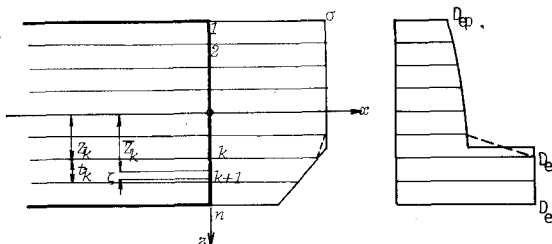


Fig. 1 Assumed Distribution of σ, D

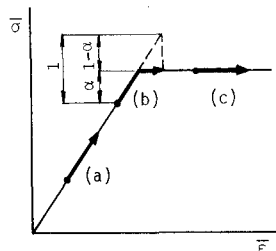


Fig. 2 σ - ϵ Curve

、その除荷によつて、全く無意味な Strain Reversal (Fig. 4) が発生することとなる。したがつて、実際の挙動を把握していない、この見かけの Strain Reversal を防ぐため、応力、ひずみの増分を求めるとき、直前の平衡状態 M にまで、その基準をもどす必要がある。

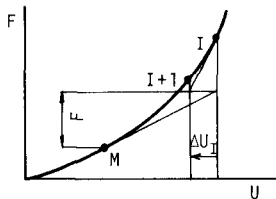


Fig. 3

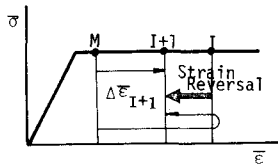


Fig. 4

③ 解析例と考察 変位関数としては、面内変形には一定ひずみの変位関数を用いた。面外変形には9自由度の面積座標による Non conformal な変位関数を用いた。収束の判定には、不均等力の ϵ ル4を用いた。初期たわみは、 W_0 の値を $\sin \frac{\pi y}{a}$ と仮定した。荷重は、最高荷重に6.0まで、それから後も追跡できるように、圧縮応力の変位増分を与えた。

平均圧縮応力と最大たわみの関係を Fig. 5 に示す。本研究による弾性範囲の計算値は、J.N. Coan の級数解とよく一致している。弾性限界の平均応力から最高平均応力までの増加率は、板が比較的厚い場合2.0でも、薄い場合でも、だいたい22%程度の応力増加が見られる。また、その際の板厚中点の載荷方向応力の分布を Fig. 6 に示す。

初期たわみが、最高平均応力におよぼす影響を Fig. 7 に示す。その時の、凸側、凹側の板表面の主応力の、 σ_1 の関係を示す。Mass の降伏条件の楕円に一致し、また塑性変形を生じたすと降伏楕円上を流れる現象が明確にあらわれている。

初期たわみが大きくなるにしたがって、曲げ作用が大きくなり、そのために凸側表面では、圧縮しているにもかかわらず引張応力が生じている。このことから、初期たわみが大きくなると最高平均応力が減少する。Fig. 9 に示す最高平均応力と、板厚比、降伏応力の関係を示したが、よく一致している。

残留応力と初期たわみを同時に有する数値解析例は講義時に発表の予定である。

参考文献

- (1) 大坪：平板の弾塑性たわみ問題の一解法。日本造船学会論文集オ130号 (1971)
- (2) 小松・北田：有限要素法による板のたわみ解析。昭和48年度関西支部年次学術講演会、講演概要集

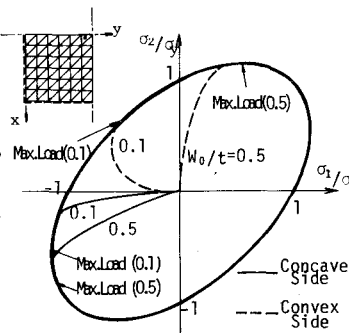


Fig. 8 Behavior of Surface Stresses

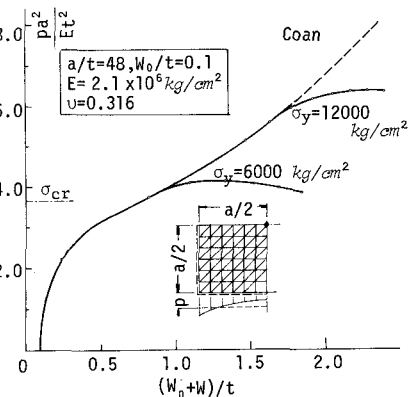


Fig. 5 Mean Stress vs. Center Def.

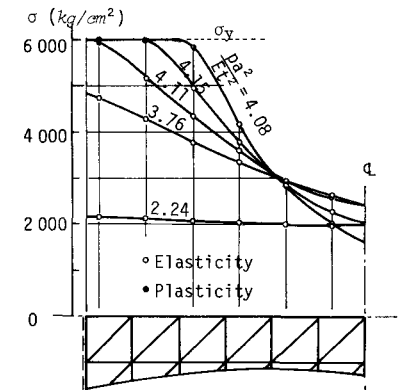


Fig. 6 Stress Distribution at the Neutral Surface

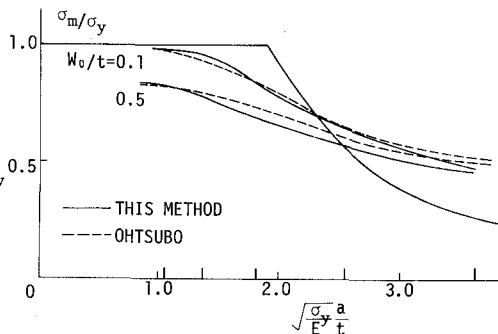


Fig. 9 Ultimate Mean Stress vs. Thickness Curve