

大阪大学工学部 正 前田幸雄
大阪府立工専 正 〇日 笠隆司

1. まえがき 初期撓みが小さく、剛性の高い補剛板の圧縮耐荷力は固有値問題としての座屈強度により、評価可能であるとの判断のもとに、残留応力のある補剛板の弾性座屈・弾塑性座屈・塑性座屈の解析について述べる。本解析は個々の補剛材の軸力・曲げ剛性・捩り剛性を平均化することなく、Stowellの塑性変形理論を基礎とし、級数展開法を用いる。計算例としては、種々の条件に対する座屈係数を算出し、従来の方法と比較するとともに、四辺単純支持の均一圧縮補剛板の座屈強度について検討する。

2. 解析 図-1に無次元化した補剛板の座標を示す。解析モデルは一枚の変厚板とし、補剛材による拘束力かパルスとして変厚板の中立面に作用する。補剛材は一軸部材とし、板の塑性部分にはStowellの塑性変形理論を適用する。板の面外方向の力の均合は(1)式によつて表わされる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{9} \left\{ E_s \left(\frac{1}{4\beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) + 2 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \eta} + \beta^2 \frac{\partial^3 w}{\partial \eta^3} \right) \frac{dE_s}{d\eta} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) \frac{d^2 E_s}{d\eta^2} \right\} \\ & + \frac{1}{12(1-\nu^2)} \left\{ \varphi \left(\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) + 2 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \eta} + \beta^2 \frac{\partial^3 w}{\partial \eta^3} \right) \frac{d\varphi}{d\eta} + \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) \frac{d^2 \varphi}{d\eta^2} \right\} \\ & = (\sigma_f + \sigma_{fR}) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + 2 J_{f\eta} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \sum_{n=1}^N \left\{ \psi_{1,n} \sigma_f \left[\frac{b}{t_n} \delta_n \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right\} \\ & - \frac{1}{12(1-\nu^2)} \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{1}{\beta^2} \psi_{2,n} \left[\frac{b}{t_n} \delta_n \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \psi_{3,n} \left[\frac{b}{t_n} \delta_{c,n} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} - \psi_{4,n} \left[\frac{b}{t_n} \delta_{c,n} \right] \frac{\partial^6 w}{\partial \xi^4 \partial \eta^2} \right. \\ & \left. - \psi_{5,n} \sigma_f \left[\frac{b}{t_n} \delta_n \delta_{r,n} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} \right\} \quad (1) \quad \left(\text{但し、secant modulus } E_s \text{ は弾性} \right. \\ & \quad \left. \text{係数 } E \text{ で割り無次元化している} \right) \end{aligned}$$

上式において、オー一項は塑性、オニ項は弾性に關する項であり、secant modulus E_s は弾性域で0となる。任意の座標における曲げ剛性と基準の座標における曲げ剛性の比 φ は塑性域で0となる。 E_s 、 φ は η の関数として与えられる、 N は補剛材の個数であり、その位置は図-1に示す。 $\psi_{1,n}$ 、 $\psi_{2,n}$ 、 $\dots$ 、 $\psi_{5,n}$ は各補剛材の塑性に關する低減係数であり、弾性域では1となる。(1)式を解くにあつて、無次元の撓み関数 $w = \sum \sum a_{mk} \sin m\pi\xi \sin k\pi\eta$ とし、パルス関数 E_s 、 φ などをすべて、フーリエ級数に展開する。(1)式に

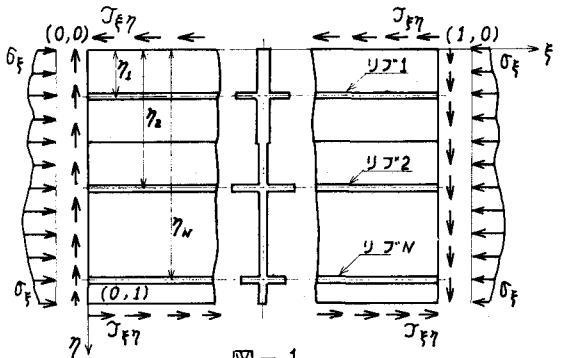


図-1

これらの式を代入し、相対応する項の係数を等しいとする級数展開法によつて解いた。

3. 検討 図-2に収束したときの座屈係数の値とそのときのマトリックスの次数を示す。この値は級数項を連続的に採用した場合である。断続的に必要項のみをとれば、固有値計算におけるマトリックスの次数は1/3程度

記号の説明 (1)式中の $[]$ は $\eta = \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ における矩形パルスを示す。 b = 板の巾、 a = 板の長さ、 t = 板の基準厚さ、 $t_1, t_2, \dots, t_N$ = 補剛材の厚さ、 $\xi = x/a$ 、 $\eta = y/b$ 、 w = 撓み/ t 、 $\sigma_f = \sigma_x b^2/Et^2$ 、 $\sigma_{fR} = \sigma_{xR}/Et^2$ 、 σ_{2R} = 残留応力、 $J_{f\eta} = J_{xy}ab/Et^2$ 、 δ_n = 補剛材の面積比、 $\delta_n = E I_n/D b$ 、 $\delta_{c,n} = G J_n/D b$ 、 $\delta_{c,n} = E C_{bd}/D b a^2$ 、 $\delta_{r,n} = \rho^2/b^2$ 、 ρ = 極回転半径、 C_{bd} = 曲げ捩り定数、 J_n = サブソンの捩り係数

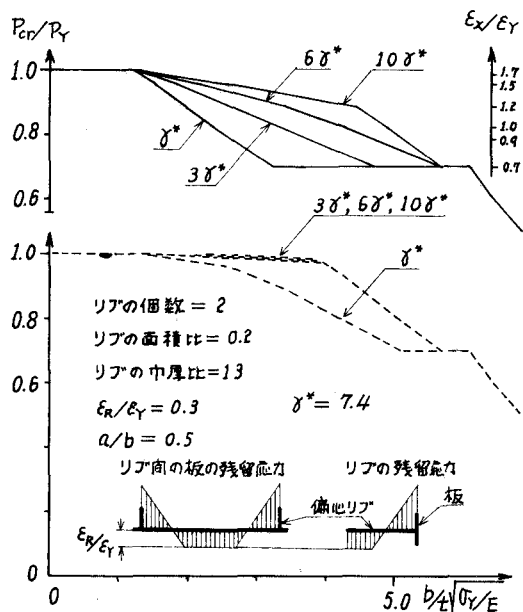


図-3

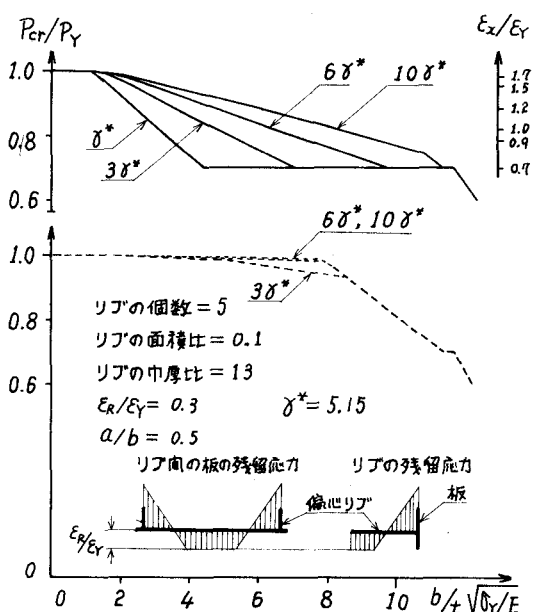
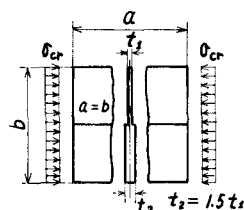
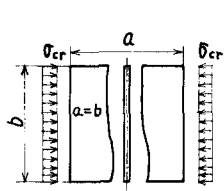


図-4

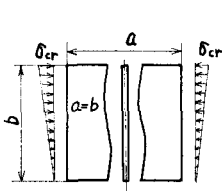
K低下する。本文の解析Kは単軸支持条件に適合する撓み関数が採用されているので、この関数より固定支持条件について計算するときは、剛性の大きな補剛材を板の固定支持部に付ける。図-2の座屈係数の精度は計算時にあって桁数を倍精度化することによって良くなる。図-3、図-4はフラットな偏心補剛材が2個、及び5個の均一圧縮単軸支持補剛板の座屈強度を表わしている。残留応力、及び他の諸元は図に示す通りである。リブの残留応力分布は、モーメントの拘束による影響・自由端部のカス切断による影響など種々問題があるが、本文では図-3、図-4のように、単純な分布状態を仮定した。なお、換りに関する項は無視している。偏心補剛材の曲げ剛性は丁形断面によって評価し、その断面の中は補剛材間隔とする。応力と歪の関係は完全弾塑性体としているので、塑性域における補剛材の曲げ剛性はShanleyモデルによる次の二通りを考えた。(1) 塑性域の断面を無視し、弾性域の断面のみによって評価する。(2) 断面は二次モーメントは全断面が有効であるとし、tangent modulus E_t を平均化して評価する。図-3、図-4の実線は(1)の考え方、点線は(2)の考え方による。両者とも、補剛材の曲げ剛性は塑性域に入ると急激に低下するため、座屈荷重の著しい減少が見られるが、両者の差は大きく、特に(1)の評価は著しい低下を表わし、補剛材の個数が少ないほど低下率は大きい。補剛材の圧縮強度を固有値問題としての座屈によって論ずる場合、補剛材の曲げ剛性の評価に問題のあることが分る。



(1) 単軸支持厚板
 $k = 5.97, m = 30$
 (倉田……5.99)



(2) 二辺固定他端単軸支持
 $k = 7.61, m = 30$
 (Timoshenko……7.69)
 $m = \text{マトリックスの次数}$



(3) 単軸支持偏心圧縮
 $k = 7.81, m = 4$
 (Timoshenko……7.8)
 $\sigma_{cr} = k \cdot E \pi^2 / 12 (1 - \nu^2) (b/t)^2$

図-2

4. 結び 補剛材の座屈が級数展開法によって解けることを示すとともに、補剛材の曲げ剛性の評価によって座屈強度に著しい差のあることが分る。柱のShanleyモデルが現象を説明するための簡便な方法にすぎないことを考えると、補剛材の曲げ剛性をいかに評価するかは今後の実験的研究にようねばならない。