

信州大学 正員 ○谷本 勉之助

夏目 正太郎

石川 清

1. 状態ベクトル. 板の曲げを倒れとり, ためみ w は (図-1)

$$w = \sum_n [\cos \lambda \xi, \sin \lambda \xi, \lambda \xi \cos \lambda \xi, \lambda \xi \sin \lambda \xi] W \begin{bmatrix} \cosh \lambda \eta \\ \sinh \lambda \eta \end{bmatrix}_n, \quad \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1)$$

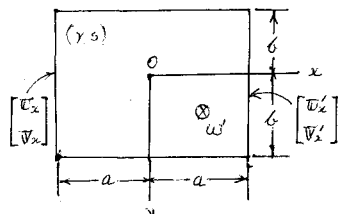


図-1.

一般変位, 一般力, 端せん断は次の演算でえられる:

$$W = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} w, \quad V = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = -D \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \\ \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} w, \quad (2)$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_x \\ \bar{Q}_y \end{bmatrix} = -D \begin{bmatrix} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - (2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} \\ \frac{\partial^3}{\partial y^3} - (2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} \end{bmatrix} w.$$

2. x-方向の Key Equation. x-方向の 2 次のつなぎの変位と力とを次のように定義する:

$$W_x = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \end{bmatrix}_{\xi=-1}, \quad W'_x = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \end{bmatrix}_{\xi=+1}, \quad V_x = \begin{bmatrix} \bar{Q}_x \\ M_x \end{bmatrix}_{\xi=-1}, \quad V'_x = \begin{bmatrix} \bar{Q}_x \\ M_x \end{bmatrix}_{\xi=+1} \quad (3)$$

よからは x-方向の Key equation を次の形にする:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V'_x \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_x \\ W'_x \end{bmatrix}_n \quad (4)$$

3. 相と交る 2 つの要素板の力の釣合いと要素変位方程式. 図-2 に水平方向に相と交る 2 つの要素板 (r-1, s) と (r, s) とをとる. その力釣合いは

$$-V'_{x,r-1} + V_{x,r} = 0, \quad F_2 F_1 L \quad \lambda_r = \frac{a_r}{a_{r-1}} \lambda_{r-1}. \quad (5)$$

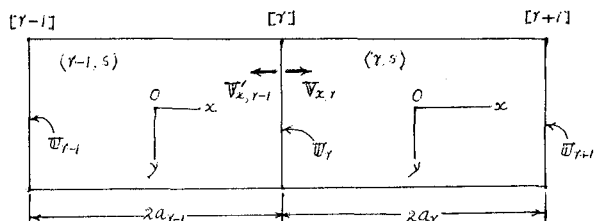


図-2.

式 (5) に式 (4) を代入して, 次の要素変位方程式 (Pivotal equation) をうる:

1) 詳しい解析レポートは聴講諸氏の謹呈に依存する。

$$[a \in c]_r \begin{bmatrix} w_{r-1} \\ w_r \\ w_{r+1} \end{bmatrix} = 0. \quad (6)$$

4. 複素固有値方程式. 式(6)を $r=1, 2, 3, \dots, \alpha$ について書き並べ, 常数項がないことは注目して, 次の3軸型の行列方程式をうる:

$$\det \begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & \\ a_2 & c_2 & c_2 & \\ & \dots & \dots & \dots \\ & & a_\alpha & c_\alpha \end{bmatrix} \lambda_1 = 0. \quad (7)$$

これらの複素根 λ_1 を能率よく求めるために, 別には "Hurricane program" が用意せられてある.

5. 実固有マトリクス. 上の x -方向の処理によって, 4行2列の M_r は2行2列の M_r に低下する, すなわち

$$M_r = D_r(\lambda) M_r. \quad (8)$$

よって式(2)は次の形になる:

$$\begin{bmatrix} w \\ v \\ \bar{w} \end{bmatrix} = \sum_n \begin{bmatrix} P(\lambda \xi) \\ Q(\lambda \xi) \\ Q'(\lambda \xi) \end{bmatrix} D(\lambda) Y(\lambda) \Omega_n. \quad (9)$$

6. y -方向の key equation. y -方向のつまぎの変位 w とを次のように定義する:

$$w_y = \begin{bmatrix} w \\ \theta_y \end{bmatrix}_{y=-6}, \quad w'_y = \begin{bmatrix} w \\ \theta_y \end{bmatrix}_{y=+6}, \quad v_y = \begin{bmatrix} \bar{Q}_y \\ M_y \end{bmatrix}_{y=-6}, \quad v'_y = \begin{bmatrix} \bar{Q}_y \\ M_y \end{bmatrix}_{y=+6} \quad (10)$$

しからは, ξ の固有関数を Neumann 展開して

$$\begin{bmatrix} w_y \\ w'_y \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\xi) \left[\begin{bmatrix} A \\ A' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ p' \end{bmatrix} \right]_m, \quad \begin{bmatrix} v_y \\ v'_y \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\xi) \left[\begin{bmatrix} B \\ B' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \\ q' \end{bmatrix} \right]_m \quad (11)$$

ここは $P_m(\xi)$ は m 次の Legendre 多項式をあらわす. そして p_m, p'_m, q_m, q'_m は荷重状態から定まる既知項である.

鉛直方向の相となる w の矩要素の力のつまぎの条件式は

$$-v'_{y, s-1} + v_{y, s} = 0. \quad (12)$$

式(12)は式(11)によって次の形に書かれる:

$$-\sum_{m=0}^{\infty} P_m(\xi) [B' + q']_{n, s-1} + \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\xi) [B + q]_{m, s} = 0. \quad (13)$$

他方で y -方向の key equation は

$$\begin{bmatrix} \{B_m\} \\ \{B'_m\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha], [\beta] \\ [\alpha], [\beta'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{A_m\} \\ \{A'_m\} \end{bmatrix} \quad (14)$$

よって式(13)は次の形の最終方程式を与える:

$$\begin{bmatrix} [a]_1 & [c]_1 & & \\ [a]_2 & [c]_2 & [c]_2 & \\ & \dots & \dots & \dots \\ & & [a]_\beta & [c]_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{A_m\}_1 \\ \{A_m\}_2 \\ \dots \\ \{A_m\}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [p]_1 \\ [p]_2 \\ \dots \\ [p]_\beta \end{bmatrix} = 0. \quad (15)$$