

東京大学 正員 西野文雄

本四公団 正員 〇秋山晴樹

東京大学 正員 奥村敏恵

## 1. まえがき

床版には補剛材を縦横に補強された板構造、いわゆる補剛板構造がよく用いられる。この構造の解析方法として現在支配的なものは、補剛板構造とそれと等価な剛性と持つ直交異方性板に置き換え、つり合い式として、Huber方程式と呼ばれる。板のたわみに関する4階偏微分方程式を誘導し、そしてそれを解くというものである。

従って、この解法では補剛板構造の剛度の評価、すなわち曲げモーメント、ねじりモーメントと変位の関係とをいかにして求めるのが重要な問題となる。従来の理論では曲げモーメントと変位の関係では板と補剛部の相互作用が考慮されているのに対し、ねじりモーメントと変位の関係ではそれが考慮されておらず、従ってねじり剛性は適切には評価されていないと思われる。また、床版のように板の中央面に対して上下非対称の片面補剛板では、荷重が板面に垂直な方向の成分のみを持つ場合でも板の中央面が変位し、ひずむ。従って、中央面の変位と無視して誘導されるHuber方程式は近似式にすぎず、この種の構造を厳密に解析するためには直交する3方向のつり合い条件から導かれる3元連立偏微分方程式と解がなければならない。このことは今までに漠然と指摘されてきたが、この両式の間の関係、特に数値解の近似度に対する検討はほとんどおこなわれていない。この報告では片面補剛板について、板と補剛格子とを一体構造として解析し、Huber方程式の解の、3元連立方程式の解に対する近似度を断面諸量を変化させて調べる。また現在よく用いられている、板と補剛格子とを、一体構造と考えない場合の数値解とも比較し、その影響を調べる。

## 2. つり合い式

この報告では右手系の直交デカルト座標系 $(x, y, z)$ を用い、図1に示すように $x, y$ 面が板の中央面に一致し、かつ、 $x$ 軸の方向が深い補剛材の方向に一致するように座標系の方向を定める。この補剛板のつり合い条件と変位を式で示せば次のようになる。

$$\begin{aligned} C_{xa}U'''' + C_{xb}V'''' + C_{xc}U'''' + C_{xd}W'''' + C_{xe}W'''' &= 0 \\ C_{ya}V'''' + C_{yb}U'''' + C_{yc}V'''' + C_{yd}W'''' + C_{ye}W'''' &= 0 \\ C_{za}U'''' + C_{zb}U'''' + C_{zc}V'''' + C_{zd}V'''' + \\ C_{ze}W'''' + C_{zf}W'''' + C_{zg}W'''' &= -q \quad (1a \sim c) \end{aligned}$$

ここで、 $U, V, W$ は板の中央面の $x, y, z$ 軸方向の変位、 $q$ は荷重、 $C_{xa} \sim C_{zg}$ は断面定数である。∴

は各々 $x, y, z$ の偏微分と表わす。 $U, V$ と、 $y, z$ 面、 $x, z$ 面に直角方向に作用する断面力 $N_x, N_y$ を用いて消去すれば、式(1c)は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} D_x W'''' + H W'''' + D_y W'''' &= -q - D_a N_x'' - D_b N_y'' - D_c N_x'' - D_d N_y'' \\ H &= D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2, \quad N_x'' = N_y'' \quad (2a \sim c) \end{aligned}$$

ここで、 $D_x, D_y, D_1, D_2$ は曲げ剛性、 $D_{xy}, D_{yx}$ はねじり剛性、 $D_a \sim D_d$ は断面定数である。ねじり剛性、 $D_{xy}, D_{yx}$ と図1に示す断面諸量を用いて表わせば次のようになる。

$$D_{xy} = -G \left( \frac{h^3}{6} + \frac{J_x}{b} + \frac{\frac{(h+h_y)^2}{2}}{h + K \left( \frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y} \right)} \right), \quad D_{yx} = -G \left( \frac{h^3}{6} + \frac{J_x}{a} + \frac{\frac{(h+h_y)^2}{2}}{h + K \left( \frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y} \right)} \right) \quad (3a, b)$$

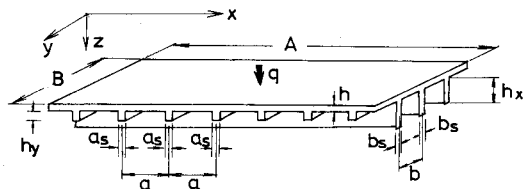


図 1

ここで  $G$  はせん断剛性、 $J_x, J_y$  は  $x, y$  軸方向に配置された補剛材の St. Venant のねじり定数、 $K$  は断面定数、 $A_x, A_y$  は補剛材の単位巾あたりの断面積である。式 (3a, b) の第3項は板と格子部の相互作用を考慮することにより付加される項であり、この影響を無視している従来の理論ではこの項は含まれていない。一般荷重のもとでは、 $x, y$  軸方向に作用する断面力は極めて小さいと考えられるので、 $N_x = N_y = 0$  と仮定すると、式 (2a) から Huber 方程式と呼ばれる次のような近似式が誘導される。

$$D_x W'''' + H W'''' + D_y W'''' = -q \quad (4)$$

### 3. 相互作用のねじり剛度に及ぼす影響

ねじりモーメントと変位の関係において、板と補剛材の相互作用を考慮することによる Huber 方程式への影響はねじり剛度  $D_{xy}, D_{yx}$  に現われる。その影響の度合は床版の断面形状によって異なるが、一例として  $a = b, a_s = b_s = 0.3h, h_x = h_y$  のもとで  $h_y/h$  と  $b/h$  を変化させ、相互作用を考慮した場合の  $D_{xy} + D_{yx}$  のそれと考慮しなかった場合の  $D_{xy} + D_{yx}$  に対する比を求め、図2に示した。これによると相互作用を考慮することによりねじり剛性は増大し、その割合は補剛材を深くすると増大、補剛材間隔をなくすると減少することとわかる。

### 4. 相互作用の Huber 方程式の解に及ぼす影響

相互作用の Huber 方程式の解に及ぼす影響は床版の断面形状、荷重、支持条件によって異なるが、一般の鋼床版でみられるような荷重、支持条件のもとで計算すると、その影響度はねじりモーメントを除いて比較的小さくほぼ10%以内であった。一例として図3(a)に示すような中央分布荷重、4辺単純支持のもとで  $h_x = h_y = 4h, a_s = b_s = 0.3h, a = b = 10h$  としてたわみ ( $w$ )、曲げ、ねじりモーメント ( $M_y, M_{xy}$ )、せん断力 ( $Q_y$ ) と計算し、相互作用を考慮した場合のそれと無視した場合に対する比を (New/Old) として図3 b, c, d, e に示した。

### 5. Huber 方程式の解の近似性

Huber 方程式の解の近似性は、断面形状、荷重、支持条件によって異なるが、補剛材の深さが直角方向に着しく異なる場合を除いてはその誤差はたかだか数%以内であった。従って、実用的には Huber 型の方程式と適用することには問題はないと思われる。

例として、断面形状として  $a = b = 10h, h_x = h_y = 4h, a_s = b_s = 0.3h, A = B = 100h$  として、周辺単純支持、等分布荷重のもとで Huber 方程式と連立方程式を解き、 $w, M_y, M_{xy}, Q_y$  とそれぞれ求め、前者の後者に対する比を  $R$  として図4に示す。

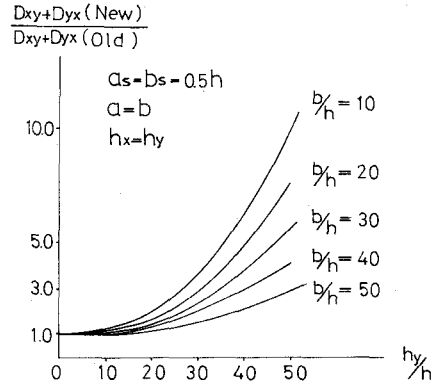


図 2

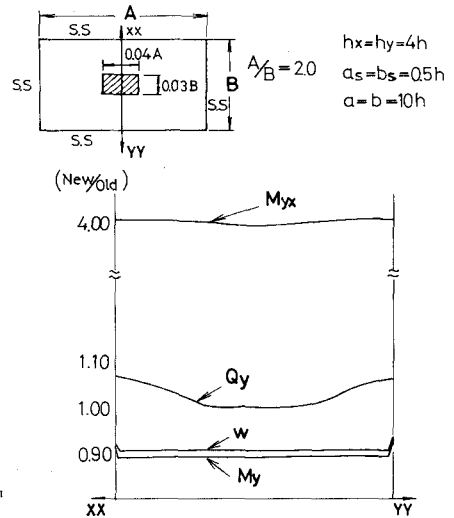


図 3

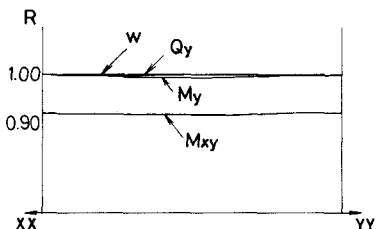
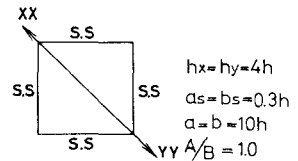


図 4