

まえがき

両側に半楕円形の切欠きを有する帯板に面内引張り力や面内偶力の作用した平面弾性問題としての解析は文献1)に発表した。そのとき使用した有理写像関数を用いて薄板の面外曲げの問題としての解析を行ない、曲げモーメントの分布その他、切欠き底に生じている応力集中について考察したものである。

応力分布

図-1, 表-1には切欠き底の曲率半径  $\rho = 0.1010$  (帯の幅1.0に対して)の半楕円形の、図-2には切欠き幅  $a = 0.1000$ , 深さ  $b = 0.2000$ , 切欠き底の曲率半径  $\rho = 0.0490$ の半楕円形の切欠きの帯板に1軸面外曲げの外力の作用したときの、境界線に沿う縁曲げモーメント、およびx軸, y軸断面の曲げモーメントの分布をポアソン比0.0, 0.5の場合について示す。切欠き底付近の曲げモーメントは  $\nu = 0.5$  のときの方が  $\nu = 0.0$  のときより大きいこと、突起部付近ではそれが逆になっていること、対称軸上の  $M_y$  は負の曲げモーメントで  $M_x$  よりかなり小さいことなどがわかる。

$a = 0.1, b = 0.2$  の場合の最大曲げモーメント 2.6486 ( $\nu = 0.0$ ), 3.0720 ( $\nu = 0.5$ ) の値は同じ形状の半楕円切欠きを有する半無限板の最大曲げモーメント 2.3412 ( $\nu = 0.0$ ), 2.7161 ( $\nu = 0.5$ ) の場合(文献3)より大きい。これは切欠きによる帯の有効幅の減少のためと思われる。

表-1 一軸面外曲げをうける両側半円切欠きを有する帯板の応力分布  
境界線に沿う曲げモーメントと対称軸上の曲げモーメント ( $\rho = 0.1003$ )

| $\theta$<br>radian | radius of<br>curvature<br>$\rho$ | coordinate |         | $M_\theta$  |             |
|--------------------|----------------------------------|------------|---------|-------------|-------------|
|                    |                                  | x          | y       | $\nu = 0.0$ | $\nu = 0.5$ |
| 0.0                | -0.1003                          | 0.00000    | 0.40001 | 1.7305      | 1.9248      |
| 4.0                | -0.1003                          | -0.01075   | 0.40059 | 1.7143      | 1.9042      |
| 8.0                | -0.1001                          | -0.02156   | 0.40235 | 1.6650      | 1.8418      |
| 12.0               | -0.1000                          | -0.03247   | 0.40541 | 1.5815      | 1.7361      |
| 18.0               | -0.1004                          | -0.04917   | 0.41290 | 1.3881      | 1.4914      |
| 24.0               | -0.0995                          | -0.06645   | 0.42522 | 1.1035      | 1.1322      |
| 28.0               | -0.1011                          | -0.07842   | 0.43788 | 0.8539      | 0.8190      |
| 32.0               | -0.1084                          | -0.09080   | 0.45809 | 0.5358      | 0.4290      |
| 34.0               | -0.0953                          | -0.09726   | 0.47658 | 0.3327      | 0.1995      |
| 34.851             | 0.0035                           | -0.10100   | 0.49901 | 0.1149      | 0.0557      |
| 35.0               | -3.3908                          | -0.11041   | 0.49996 | 0.3026      | 0.2250      |
| 36.5               | -6.3561                          | -0.13896   | 0.49998 | 0.6364      | 0.5551      |
| 40.0               | -8.1942                          | -0.17913   | 0.49998 | 0.8178      | 0.7578      |
| 45.0               | 434.1926                         | -0.22760   | 0.50001 | 0.9059      | 0.8651      |
| 55.0               | 62.0343                          | -0.32526   | 0.50002 | 0.9689      | 0.9479      |
| 65.0               | -47.7076                         | -0.44274   | 0.49992 | 0.9928      | 0.9820      |
| 80.0               | 49.0420                          | -0.74269   | 0.50009 | 1.0004      | 0.9970      |
| 89.0               | -20.4965                         | -1.47701   | 0.49949 | 1.0029      | 1.0029      |

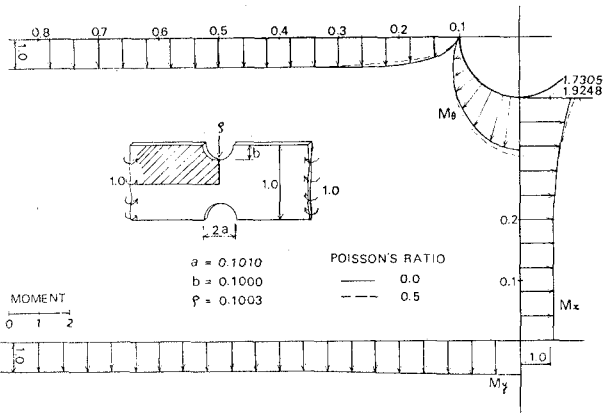


図-1 境界線上および対称軸上の曲げモーメント

| $\xi$  | y       | $M_x$       |             | $M_y$       |             |
|--------|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|        |         | $\nu = 0.0$ | $\nu = 0.5$ | $\nu = 0.0$ | $\nu = 0.5$ |
| 0.0001 | 0.00006 | 1.1174      | 1.1088      | -0.0452     | -0.0195     |
| 0.3    | 0.16677 | 1.1547      | 1.1442      | -0.0599     | -0.0258     |
| 0.6    | 0.29947 | 1.3136      | 1.3022      | -0.1126     | -0.0481     |
| 0.8    | 0.36032 | 1.5283      | 1.5491      | -0.1423     | -0.0604     |
| 0.925  | 0.38731 | 1.6734      | 1.7740      | -0.0933     | -0.0395     |
| 0.975  | 0.39604 | 1.7159      | 1.8740      | -0.0383     | -0.0162     |

| $\eta$ | x        | $M_x$       |             | $M_y$       |             |
|--------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|        |          | $\nu = 0.0$ | $\nu = 0.5$ | $\nu = 0.0$ | $\nu = 0.5$ |
| 0.05   | -0.02891 | 1.1159      | 1.1077      | -0.0443     | -0.0191     |
| 0.15   | -0.08750 | 1.1047      | 1.0991      | -0.0373     | -0.0161     |
| 0.3    | -0.18038 | 1.0730      | 1.0744      | -0.0185     | -0.0080     |
| 0.4    | -0.24848 | 1.0490      | 1.0545      | -0.0053     | -0.0022     |
| 0.5    | -0.32468 | 1.0278      | 1.0356      | 0.0047      | 0.0022      |
| 0.7    | -0.52200 | 1.0033      | 1.0094      | 0.0112      | 0.0051      |
| 0.85   | -0.76770 | 0.9991      | 1.0015      | 0.0072      | 0.0032      |
| 0.95   | -1.13357 | 0.9998      | 1.0004      | 0.0030      | 0.0012      |

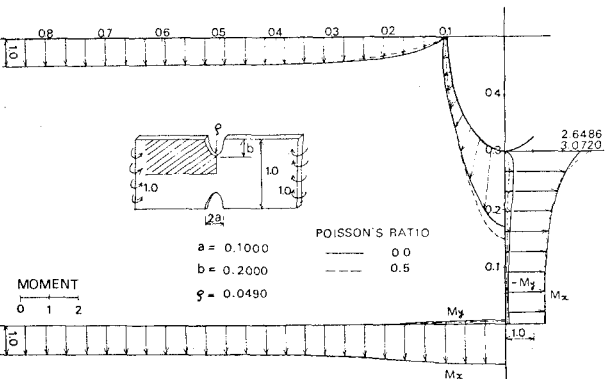


図-2 境界線上および対称軸上の曲げモーメント

表-2 一軸面外曲げの応力集中係数(S.C.F)と式(3), (4)の値とその誤差

| parameter<br>$\alpha, W$                   | $\rho/b$ | 実際の<br>$\alpha$ | $\alpha^2 = \rho b$<br>より求める<br>$\alpha$ | S.C.F.<br>(1) *  | E q. (3)<br>(2)  | Error<br>[(1)-(2)]/(1) | E q. (4)<br>(3)  | Error<br>[(1)-(3)]/(1) |
|--------------------------------------------|----------|-----------------|------------------------------------------|------------------|------------------|------------------------|------------------|------------------------|
| $\alpha = 26.667^\circ$<br>$W = 0.674919$  | 0.24955  | 0.0511          | 0.0499                                   | 2.4050<br>2.7893 | 2.3989<br>2.7857 | 0.17%<br>0.13          | 2.4030<br>2.7893 | 0.000%<br>-0.001       |
| $\alpha = 34.851^\circ$<br>$W = 0.516429$  | 1.00314  | 0.1010          | 0.1002                                   | 1.7505<br>1.9248 | 1.7415<br>1.9542 | -0.62<br>-0.49         | 1.7305<br>1.9247 | -0.002<br>0.004        |
| $\alpha = 49.242^\circ$<br>$W = 0.365302$  | 4.04826  | 0.2009          | 0.2012                                   | 1.4118<br>1.5078 | 1.4129<br>1.5090 | -0.08<br>-0.08         | 1.4118<br>1.5079 | 0.004<br>-0.009        |
| $\alpha = 55.3254^\circ$<br>$W = 0.325346$ | 6.39660  | 0.2509          | 0.2529                                   | 1.3541<br>1.4297 | 1.3465<br>1.4228 | 0.57<br>0.48           | 1.3541<br>1.4296 | -0.002<br>0.006        |

\*上段ポアソン比 0.0 , 下段ポアソン比 0.5の場合

## 応力集中係数

表-2は、切欠き深さを $b=0.1$ と一定にして切欠き幅を変えた場合の応力集中係数(一様断面の曲げモーメントの大きさを1.0を基準にしている)の値の数列とポアソン比0.0と0.5に対して示したものである。

パラメーター $\alpha$ ,  $W$ は半楕円形の切欠き形状に関するパラ

メーター, 「実際の $\alpha$ 」というのは有理写像関数が表わす切欠き幅, 「 $\alpha = \rho b$ より求める $\alpha$ 」は、楕円形の幾何学的条件式より求められる $\alpha$ , S. C. F. が応力集中係数の値である。

ここで応力集中係数の表示式を求めてみよう。

応力集中係数が一般に曲率半径 $\rho$ を用いて次式の形に表わされることを文献2)に示した。

$$S. C. F. = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \rho^{m_j} \quad \text{----- (1)}$$

ここに $m_j$ は、隅角部角度から求められる特性方程式の根,  $k_j$ は弾性体の形状, 境界条件から定められる係数である。今隅角部角度は $360^\circ$ であるから、このときの $m_j$ は,  $m_j = 0.5j-1$  ( $j=1, 2, \dots$ ) である。

また切欠き深さが $b$ であることを考慮すると今の場合の応力集中係数表示式は

$$S. C. F. = \sum_{j=1}^{\infty} k_j (\rho/b)^{0.5j-1} \quad \text{---- (2)}$$

と表わされる。ここを式(2)の内2項まで採った

$$S. C. F. = k_1 \sqrt{b/\rho} + k_2 \quad \text{----- (3)}$$

オ3項まで採った

$$S. C. F. = k_1 \sqrt{b/\rho} + k_2 + k_3 \sqrt{\rho/b} \quad \text{----- (4)}$$

の2式を考えてみよう。

表-2のS. C. F. 値をデータとして上式の各々の係数と誤差の最小二乗法によって決めると表-3の値を得る。またこの値を用いて式(3), (4)の表わす値およびその誤差を表-2に示す。

この表より式(2)のオ2項まで採った式(3)をも誤差1%以下の精度で表わされていること, オ3項まで採った式(4)はさらに1桁精度がよく誤差0.1%以下で表わされていることがわかる。

表-2の例に示した応力集中係数の計算例の数のため式(3), (4)のように式(2)のオ2項およびオ3項まで採った例を示したが, さらに項数を多く採れば精度を上げることができる。

本報告では切欠き深さを0.1と一定にして切欠き幅を変えた場合を例に応力集中係数の値が式(2)で表わされることを示した。さらに別の切欠き深さの場合の応力集中係数の値と深さとの関係と調べ, より一般的に応力集中係数の表示式を求めることが必要であらう。

文献-1) 堀内, 長谷部: 両側半楕円切欠きを有する帯板の応力解析 中部支部48年度研究発表会

2) 長谷部: 三角形切欠きおよび突起を有する半無限板の応力解析 土木学会論文報告集 オ194号 1971-10

3) 長谷部: 半楕円切欠きを有する半無限板の応力解析 名古屋工業大学学報 オ24巻 1972