

大阪市立大学 正員 倉田 宗章
 明石工業高専 正員 〇 高 端 宏 直
 近畿大学 正員 岩 平 勉

[1] まえがき……すでに非線型バネ基礎⁽¹⁾や Kelvin model 等の粘弾性バネ基礎上の周辺自由な平板の曲かについて解析を行ったが、今回は Kerr⁽²⁾によって紹介されている Pasternak 基礎 model について差分法を用いた数値解析を行ない、たわみ、基礎反力、曲げモーメント等について検討した。この model は従来の独立した Winkler バネと平板との間にせん断層を考え、相互のバネの影響を考慮した model である。(Fig. 1 参照) このせん断層は非圧縮性で、Transverse Shear のみによってせん断変形するもので、その要素の力のつり合い状態を Fig. 2 に示した。ここに k : バネ定数 (kg/cm^3), k_1 : せん断層のせん断係数 (kg/cm), η : バネの粘性係数 ($\text{kg/cm}^2 \cdot \text{t}$), μ : せん断変形に対する粘性係数 ($\text{kg/cm} \cdot \text{t}$), である。粘弾性 model は Kelvin model に粘性せん断層を加味したものである。(Fig. 1 (b)). それぞれの場合の力のつり合い条件から平板と基礎の接触反力を求める事ができる。本文の基本的な仮定として、平板と基礎の鉛直変位は等しくバネ反力のみが存在する。また平板の領域のみに基礎が存在するものとする。平板は従来の薄板の微小変形理論を適用した。Fig. 3 に平板の諸元を示した。問題を簡単にするため正方形板 (半辺長 a , 剛度 D_s 一定), 正方形格子 ($h \times h$), 分割数を N とした。Fig. 4 は時間座標を示し、Euler の前進差分を用いた。

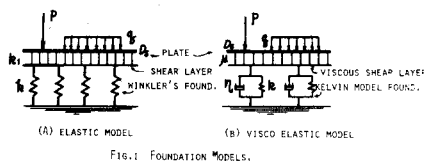


FIG. 1 FOUNDATION MODELS.

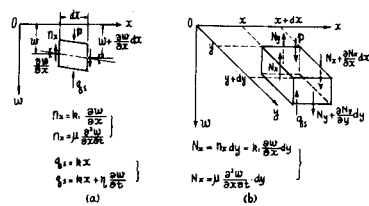


FIG. 2 EQUILIBRIUM OF A SHEAR LAYER ELEMENT.

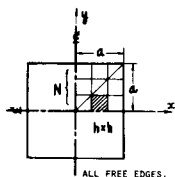


FIG. 3 DIMENSION OF THE PLATE.

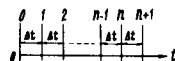


FIG. 4 TIME ABSCISSA.

[2] 解式の誘導……平板の微分方程式 $D_s \Delta \Delta w = q$ にバネ反力の項を加味して以下に示す各式を誘導した。

[Elastic Model]

$$\text{バネ反力: } p = kw - k_1 \Delta w,$$

$$\text{微分方程式: } D_s \Delta \Delta w - k_1 \Delta w + kw = \bar{q},$$

(差分表示)

$$\text{たわみ: } ([K] - \delta_1 [K] + [\delta]) \{w\} = \bar{q},$$

$$\bar{q}_i = \frac{P \lambda^2}{k} (\alpha r + \beta r^{1/2}),$$

[Visco Elastic Model]

$$p = \eta \frac{\partial w}{\partial t} + kw - \mu \frac{\partial \Delta w}{\partial t} \quad (1)$$

$$D_s \Delta \Delta w - \mu \frac{\partial \Delta w}{\partial t} + \eta \frac{\partial w}{\partial t} + kw = \bar{q} \quad (2)$$

$$([K] - \delta^{1/2} [K] \frac{1}{\Delta t} + (1 + \frac{1}{\Delta t}) [\delta]) \{w\}^n = \{\bar{q}\} - \left(\frac{\delta^{1/2}}{\Delta t} [K] - \frac{1}{\Delta t} [\delta] \right) \{w\}^{n-1} + \{B\}^{n-1} \quad (3)$$

$$\text{バネ反力: } \left\{ \frac{p}{k} \right\}_i = w_i - \frac{\delta_1}{\delta} [K] \{w\}_i, \quad \left\{ \frac{p}{k} \right\}_i^n = -\frac{\delta^{1/2}}{\Delta t} [K] \{w\}_i^n + (1 + \frac{1}{\Delta t}) \{w\}_i^n + \frac{\delta^{1/2}}{\Delta t} [K] \{w\}_i^{n-1} - \frac{1}{\Delta t} \{w\}_i^{n-1} \quad (4)$$

境界条件: η 軸に直角方向の自由端

$$[M_n] = 0, \quad [\bar{q}_n + \frac{\partial M_n}{\partial x}] = 0, \quad M_n = 0 \quad (\text{隅角部})$$

$$\bar{q}_n = -D_s \frac{\partial}{\partial n} \Delta w + k_1 \frac{\partial w}{\partial n}$$

$$\bar{q}_n = -D_s \frac{\partial}{\partial n} \Delta w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial t} \quad (5)$$

($\mu \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial t}$ の項は各時間毎に変化する境界値問題となる。式(3)の $\{B\}^{n-1}$ は本項の一部である。)

初期条件:

$$t=0, n=0: \{w\}^0 = \{w\}^0 = 0 \quad (6)$$

ここで, $\bar{q}$: 分布荷重強度 (kg/cm^2), P : 集中荷重 (kg), q : 等分布荷重 (kg/cm^2) ($= d P \lambda^2$), λ ($= \sqrt[3]{k/D_s}$) ($1/\text{cm}$),

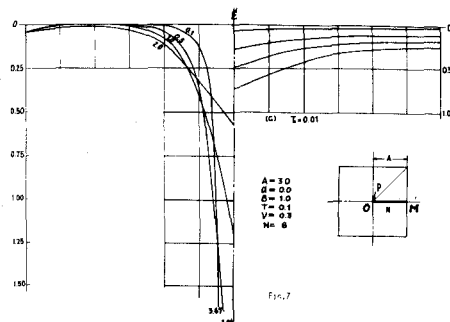
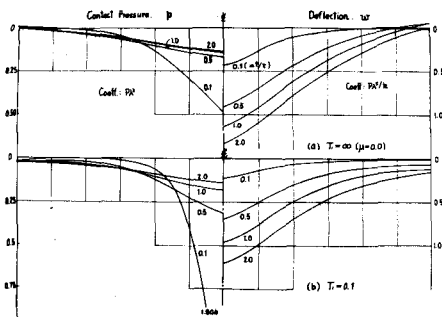
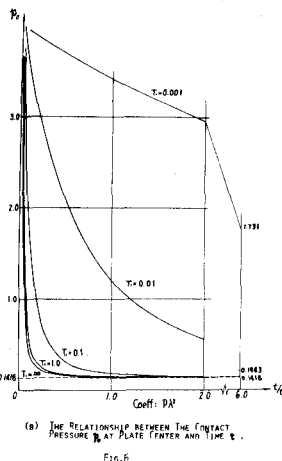
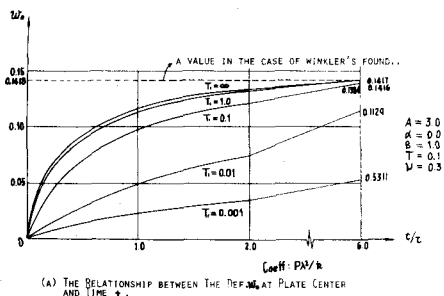
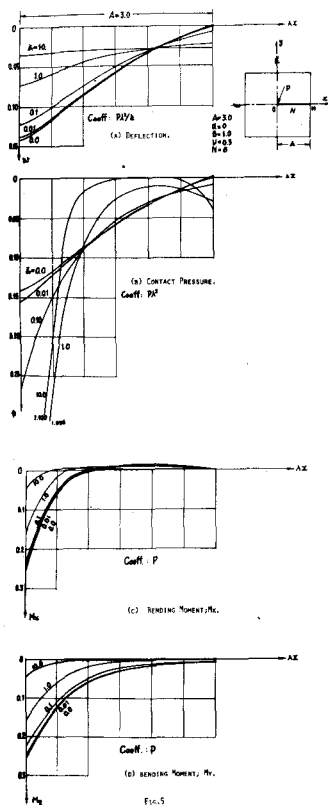
$\lambda_1: (= \sqrt{k_1/D_s}) (1/cm)$, α : 集中荷重と等分布荷重の比を示す係数. β : 集中荷重の位置による係数. $\delta: (= \delta^4 = (\frac{10}{N})^4 = (A/N)^4)$. $\gamma_i: (= \delta_i^2 = (\lambda_i^2/N)^2 = (A/N)^2)$. $[K], [K_i]: \Delta\Delta W, \Delta W$ の差分表示の係数マトリックス. $[8]$: 要素が δ の対角マトリックス. $T_i: (= \Delta t/T_i)$, $T: (= \Delta t/T)$, $T_i: (= \mu/\sqrt{k D_s})(t)$, $T: (= \eta/k)(t)$, Δt : 時間さきみ.

[3] 数値計算結果の検討とむすび...本文の目標はせん断層の影響を調べるため、皿長、バネ定数等を一定におき、 k_1 , μ のみを変化させた。 k_1 については δ_i , μ については T_i が対応している。 $(\delta_i \rightarrow \infty \sim k_1 \rightarrow \infty, T_i \rightarrow \infty \sim \mu \rightarrow \infty)$ また荷重状態は中央に集中荷重載荷($\alpha=0, \beta=1$)とし、計算機の関係で分割数は $N=6$ とした。Fig. 5

は弾性基礎の場合で中点 O と皿の中点 M との間の w, p, M_x, M_y について描いた。Fig. 6は粘弾性的の場合で、中央点のたわみ w_0 , 反力 p と時間 t との関係を示した。 $T_i = \infty$ の場合はKelvin modelに相当する。Fig. 7は $T_i = \infty, T_i = 0.1, T_i = 0.01$ の場合について、 O, M 面のたわみ w と基礎反力 p について経過時間 t に基づいて描いた。粘弾性的の場合は終局的にWinkler基礎の場合に収束する。以上のようにせん断層の影響、特色が表われている。

今後、更に分割数を増加させ精度や収束状況等を検討する予定である。

以上,



[参考文献]

- 1) 倉田, 高端, 谷平: 非線形バネ基礎上の周辺自由な平板の数値解析, 土木学会論文報告集, 第208号, 1972-12.
- 2) 倉田, 高端, 谷平: 粘弾性バネ基礎上の平板の数値解析, 土木学会年次学術講演会概要, I-146, 1973.
- 3) A.D. Kerr: Elastic and Viscoelastic Foundation Models, Jour. of Applied Mechanics, Trans. of the A.S.M.E. Sep. 1964.