

名古屋大学 正員 ○川本 龍万
本國公園 正員 林 義信

1. はじめに 最近、鉄筋コンクリートやFRPなどのように補強筋が入れられたはり部材の応力状態や変形挙動の解析に於いて、有限要素法が適用されるようになった。この場合、二次元状態とすると、補強筋と母材との間に linkage element を用いることにより、両者のボンド応力や付着状態の変化などを表わすことができる。しかし実際には、応力状態は三次元的なものであり、その解析には三次元要素とそれに適合した付着状態を表現する要素を用いて、はりのモデル化を考慮する必要がある。ここでは、Finite Prism Method (FPM) を適用する方法を考へ、補強筋と母材との付着状態を表わす要素として、Finite Prism 要素に適合するようジョイント要素を開発し解析に導入した。本報告では、付着および母材の力学特性がいずれも線形弾性的である場合の計算結果を示すが、これらの特性が非線形性を示す場合や、局所的な破壊が生ずる場合についても示される。

2. ジョイント要素とその剛性 FPM は、一様断面の三次元的な柱状の物体（一様断面をもつ直管あるいは曲線構造）を、円錐の直交性を利用して二次元的にモデル化して解析する方法である。図-1 に示すように、一様断面の三次元構造物の断面を分割し、分割した柱状のものを要素と看做す。ここでは、断面に於ける分割には二次のアイソパラメトリック要素を用いた。FPM の剛性行列の詳細については省略するが、変位成分 (u, v, w) をスパン a にわたって三角関数で仮定することにより、円錐の直交性を利用して、剛性方程式が各項目の方程式で与えられることになる。

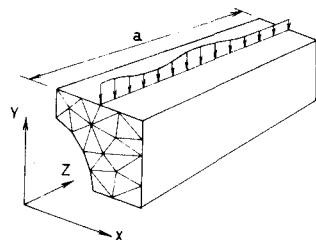


図-1 Finite Prism モデル

ジョイント要素を図-2 に示すようにアイソパラメトリック形状を考へ、その要素は矩形面において等価であると看做す。ジョイントの上面 153 における任意点 P (全体座標系 Z (x, y, z), 局部座標系 z' (ξ, η, ζ)), および下面 264 における対応点 P' における X 方向変位成分を、それぞれ、つぎのように仮定する。

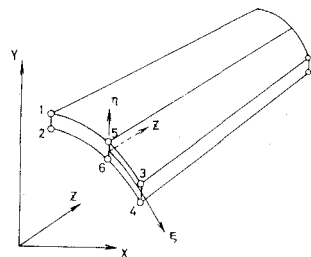


図-2 ジョイント要素

$$u(x, y, z) = \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\eta=1}^3 N_{\eta}(\xi) u_{\eta}^{\xi} \sin \frac{\eta \pi z}{a}, \quad u'(x, y, z) = \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\eta=1}^3 N_{\eta}(\xi) u'_{\eta}^{\xi} \sin \frac{\eta \pi z}{a} \quad (1)$$

上式で、 $u_{\eta}^{\xi}, u'_{\eta}^{\xi}$ はそれぞれ上面に属する節点 η の変位成分 u_{η}, u'_{η} の ξ 項目のものである。また形状関数 N_{η} はつぎのように与えられる。

$$N_1(\xi) = \frac{1}{2} \xi(\xi-1), \quad N_2(\xi) = \frac{1}{2} \xi(\xi+1), \quad N_3(\xi) = 1 - \xi^2 \quad (2)$$

なお、 v, v' は同様に $\sin$ の項で、 w, w' は $\cos$ の項で表わされる。点 P と点 P' との相対変位 $\{W\}$ は、

$$\begin{aligned} \{W\}_{local} &= \begin{Bmatrix} u_{\xi} \\ u_{\eta} \\ u_{\zeta} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} u'_{\xi} \\ u'_{\eta} \\ u'_{\zeta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \\ &= [T] \{W\}_{global} = [T] \sum [N^{\xi}] \{\delta^{\xi}\} \quad (3) \end{aligned}$$

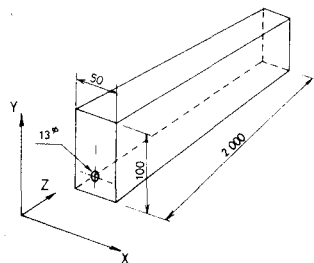


図-3 解析モデル

$$\{\delta^l\}^T = [u_1^l, v_1^l, w_1^l, \dots, u_6^l, v_6^l, w_6^l] \quad (4)$$

P点に作用する単位面積あたりの力のベクトル $\{p\}$ は、相対変位に比例すると仮定すると、次式が与えられる。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \{w\}_{local} = [k] \{w\}_{local} \quad (5)$$

仮想仕事の原理より、ジョイント要素の剛性行列を求めると、級数の直交性を考慮して、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} [k^{lm}] &= 0 \quad (l \neq m) \\ [k^{ll}] &= \int_s [N^l]^T [T]^T [k] [T] [N^l] ds \quad (6) \end{aligned} \right\}$$

このようにして求めたジョイント要素の剛性行列は、通常の有限要素法の場合と同様にして、全体構造系の剛性行列に組み込まれる。

3. 解析例 図-3に示すように、一本の鉄筋を有するコンクリートはりが単純支持され、上面に等分布鉛直荷重 $q = 1 \text{ kg/cm}^2$ を作用する場合を考慮する。コンクリートは引張りに抵抗し、圧縮側と同じ弾性係数をもつものとし、付着状態として $k_1 = k_2 = 1, 200, 2000, 20,000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$ と、完全付着の場合を考慮し、 k_3 には十分大きい値を用いた。解析結果の一部を示すと、図-4, 5のようである。また、応力状態について、初等はり理論から計算したものと比較して示すと、表-1および2のようである。

4. 材料非線形および局所破壊の導入 コンクリートの非線形挙動や局所破壊、付着部局所すべりなどは、弾塑性ないしは非線形弾性解析に対する初期応力法や、引張りに抵抗しない材料に対するno-tension法¹⁾など、いわゆる stress transfer 法の概念を利用して解析に考慮することができると考えられる。母材の非線形性に対しては、応力増分に対する線形解析によって得られた応力増分 $\{\Delta\sigma\}$ と材料の非線形平衡方程式に従った実際の応力増分 $\{\Delta\sigma'\}$ との差に相当する応力 $\{\Delta\sigma''\}$ を初期応力として取り扱い、それを構造体を通じて弾性的に配分するよう調整計算を行う。この場合、 $\{\Delta\sigma'\}$ に等価節点力(5)式と同様に級数表示を用いる。また、コンクリートが引張りに抵抗しないことを考慮する場合にも同様の手法が適用される。付着部の局所すべりや非線形挙動を考慮する場合には、まず、応力増分に対する線形応力増分に対して応力 $\{\Delta p\}$ をジョイント要素内の応力 $\{\Delta p(5,2)\}$ とみなされ、そのスパン全長にわたって級数表示される。そして、 $\{\Delta p(5,2)\}$ に等価節点力 $\{F\} = \sum_{i=0}^{\infty} \{F^i\}$ とすれば、級数の直交性により、 $\{F\}$ の各見項は次式のようになり、

$$\{F^i\} = \int_s [N^i]^T [T]^T \{\Delta p^i\} ds \quad (7)$$

したがって、 $\{\Delta p^i\}$ が決定すれば等価節点力が決定され、この力を全構造系に作用させて再解析を行うことになる。この計算過程は応力増分の繰返しで繰り返される。

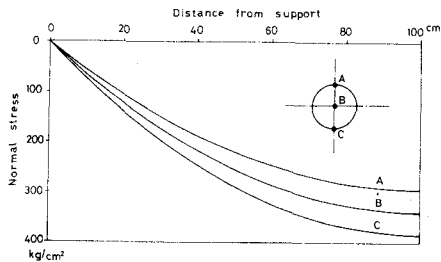


図-4 鉄筋の軸方向直応力(完全付着)

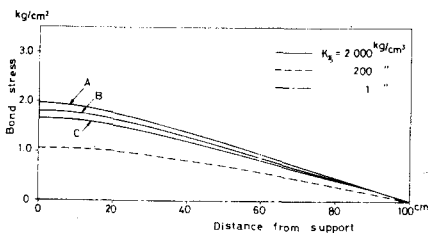


図-5 付着応力分布

表-1 スパン中央の断面における縦応力

	上縁圧縮応力	下縁引張応力
初等はり理論	kg/cm²	kg/cm²
鉄筋コンクリートはり	74.0	69.9
コンクリートはり	75.0	75.0
鉄筋部が空洞のはり	75.1	75.6
Finite Prism Method		
完全付着	74.1	70.1
$k_b = 20,000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$	74.2	70.1
2,000	74.2	70.4
200	74.6	72.5
1	75.3	75.8

表-2 はりの断面より高さ5cmの位置の応力の比較

はりの断面軸からの距離	σ^m (鉄筋の中心)	σ^m (コンクリート)
初等はり理論		
鉄筋コンクリートはり	34.0	34.0
鉄筋部が空洞のはり	—	37.9
Finite Prism Method		
完全付着	34.0	33.8
$k_b = 20,000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$	33.8	33.8
2,000	32.0	34.0
200	19.8	35.5
1	2	37.9