

川崎重工業 正員 坂井藤一
川崎重工業 正員 の迫田治行

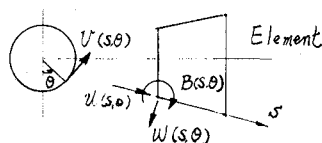
1. まえがき 構造物の複雑化と技術の進歩に伴いシェル構造物も数多く建設される様になったが、その設計にあたっては静的解析のみならず振動解析も必要とされる場合が多い。シェルの振動解析に関しては数多くの研究が報告されており、特に数値的手法としては差分法、Transfer Matrix 法および F.E.M. 等が用いられている。軸対称回転殻の振動解析については F.E.M. の内、有限帯板法が種々の利点を持っていると考えられるので、本報告ではこの手法を適用した振動解析結果を報告するとともに解析上の問題点について考察する。

2. 解析方法 解析方法はシェルを析板構造で近似し、いわゆる Conical Type の要素について振動方程式を組立てた。この場合変位は円周方向に次式の如く Fourier 展開できるものとした。

$$\begin{aligned} U(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} U_n(s) \cos n\theta \\ V(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} V_n(s) \sin n\theta \\ W(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n(s) \cos n\theta \\ \beta(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{dw_n(s)}{ds} \cos n\theta \end{aligned}$$

変位

図-1 要素内変位



変位関数と質量のとり方が固有振動数に及ぼす影響を調べるために、変位関数 $U_n(s) \sim W_n(s)$ としては表-1 に示す様な次数を有するべき級数で近似し、質量のとり方としては表-2 に示す2方法を考慮した。

表-1 変位関数の次数

ケース	$U_n(s)$	$V_n(s)$	$W_n(s)$
Case-1	1st	1st	3rd
2	2nd	2nd	3rd
3	3rd	3rd	3rd

表-2 質量行列の与え方

	Mass
CM	Constant Mass
LM	Lumped Mass

なお、高次関数で近似した場合、Cos-parametric 要素を用いたのと同じ意味となる。

以上いずれの組合わせに対しても減衰を省略した自由振動方程式は通常の場合と同様次の様に定式化出来る。⁽¹⁾⁽²⁾

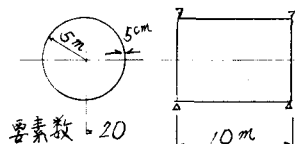
$$\sum_{n=0}^{\infty} \{M_n \ddot{d}_n + K_n d_n = 0\} \quad M_n: \text{mass matrix} \quad K_n: \text{stiffness matrix} \quad d_n: \text{displacement}$$

3. 解析例 表-3 に両端単純支持円筒シェルについての解析結果を示す。

表-3 円筒シェルの固有振動数(1次振動)

Mode	Longitudinal		Flexural		Breathing	
Jourier(n=)	n=0	n=1	n=0	n=1	n=0	n=1
理論近似値 ⁽³⁾	1733	1340	—	614	995	2090
F.E.M(CM)	1736	1342	—	617	997	2094
F.E.M(LM)	1736	1340	—	616	997	2091

図-2 計算モデル



上記の結果はいずれも変位関数 Case-1 の場合であるが変位関数を高次関数にしても固有振動数および波形にはほとんど影響がなかった。また質量のとり方も CM, LM のいずれを用いても結果に大差なく振動数および波形ともに良好な結果が得られた。特に細長い円筒シェル構造物に本方法を適用する場合要素分割をかなり小さくしないと Flexural Modes が得られにくいので要素分割にも注意を要する。

本方法は円板にも適用できる方法であり、ここではその解析結果は省略するが理論近似値と極めて良好な一致を見た。また円板中央の要素と球形シェルの天頂要素では半径が零なる要素があり剛性行列誘導式中 $\int \frac{1}{r} dr$ 等の積分が無限大となる不都合が生じる。ここでは微小穴を設けて処理したが極端に小さな穴を設けた場合解が乱れ

らことがあるので注意を要する。静的解析ではこの乱れが局所的な乱れにとどまるが収束判定などを伴う固有振動解析では数値計算上の問題で解が乱れるものと思われる。

表-4 半球形シェルの固有振動数

Mode	Bending			Membrane
振動次数	1次	2次	3次	1次
理論近似値(°)	376	473	494	865
Case 1 (CM)	376 [○]	473 [○]	494 [○]	866 [○]
Case 2 (CM)	376 [○]	473 [○]	494 [○]	866 [○]
Case 3 (CM)	376 [○]	473 [○]	494 [○]	866 [○]
Case 1 (LM)	375 [△]	473 [×]	491 [×]	865 [○]
Case 2 (LM)	375 [△]	473 [×]	491 [×]	865 [○]
Case 3 (LM)	375 [△]	473 [×]	491 [×]	865 [○]
○振動モード良好 △振動モードが局所的に大きく乱れる				
×振動モード不良 (上記の振動数がそれら(モード)に対応する)				

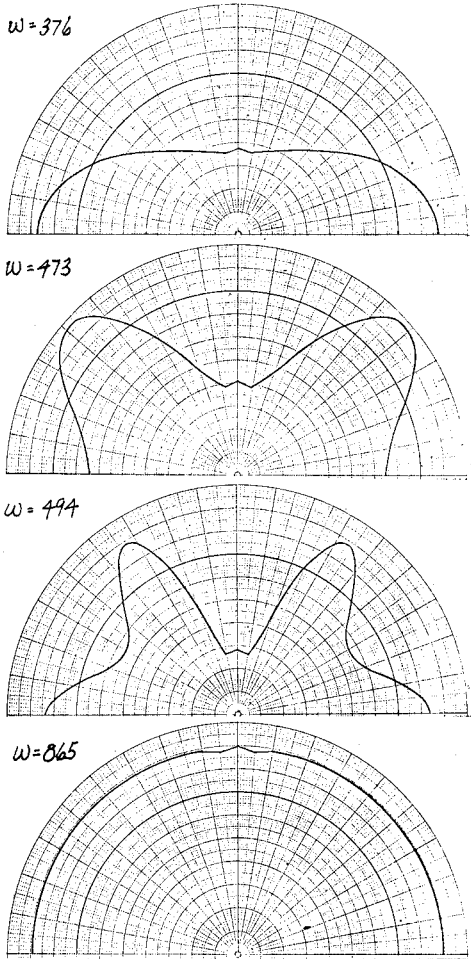
表-4. 図-3 に半球形シェル(半径10^m 板厚5^{cm})についての解析の結果を示す。半球形シェルの場合 Consistent Mass は全般に良好な結果を与えたが、Lumped Mass は固有振動数であっても固有モードに大きな乱れを生ずる場合があった。上記は要素分割を5°ピッチにした結果であるが要素分割を多くしてもまた精度を上げて計算をしても解に改善がみられなかった。また変位函数を高次にしても解がほとんどかわらないことは円筒シェルの場合と同様である。球形シェルの様な場合一般に Bending Mode に比べ Membrane Mode が得にくいので問題によっては注意を要する。この理由としては固有振動数が高いということにもよるが折板構造で近似することにより構造としての対称性が失われることにも依るのであろう。

4. 考察 軸対称回転殻に有限帯板法を適用するにあたっての注意および問題点を整理する。

- (1)要素内の変位函数を高次ベキ函数で近似しても応力度の評価は別として固有振動数および波形に関しては大差なかった。
- (2)円筒シェルとか円板に対しては従来からいわれている様に⁽⁵⁾Lumped Mass は有効であった。しかしながら球形シェルの場合Lumped Mass を適用すると解が乱れた。この理由としては極めてフレキシブルな剛性行列に対してある程度ラフな慣性力の見積もりである Lumped Mass を用いて微妙な収束計算をしているというような主として数値計算上の問題ではないかと考えられる。
- (3)シェルの閉じた部分に極端に小さな穴を設けて本手法を適用すると数値上の問題で解が乱れることがある。
- (4)球形シェルの様な構造物に対し常に安定な振動解を得るには上記の様々2,3の問題点に十分な注意を払う必要があるが軸対称回転殻の振動解析を行なうにあたって、かかる有限帯板法は有効な方法であろう。

5. あとがき 本報告の計算は CDC-6600 (有効桁数14 桁)を使った。

図-3 振動モード (Case-1) CMの場合



References

- (1) Stanley Klein "Matrix Analysis of Shell Structures" ASRL TR 121-12 (1964)
- (2) W. Flugge "Stress in Shells" Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1973)
- (3) A.E.Armenakas "Free Vibrations of Circular Cylindrical Shells" Pergamon Press (1969)
- (4) Carl F.Long "Frequency Analysis of Complete Spherical Shells" EMJ (1969)
- (5) Ray W. Clough "Analysis of Structures Vibrations and Dynamic Response" Japan-U.S. Seminar(1969)