

京都大学工学部 正員 山田善一
 京都大学工学部 正員 ○ 渡辺英一
 京都大学工学部 正員 河野健二

1. まえがき

本研究は薄板の大変形解析を目的として、FEMによる問題の定式化を行い、プログラムを開発し、箱桁や、プレートガーダーの耐荷力の解析に応用しようとするものである。FEM要素は長方形であり、四辺に板厚に関して対称に配置された、縦、横の補剛材をも考えている (Fig. 1 参照)。

2. FEMによる定式化と剛性マトリックス

いま、変位成分 u, v, w を考え、節点での面内変位を $u_i (i=1, \dots, 8)$ 、面外変位を $w_i (i=1, \dots, 12)$ とする。また、要素の境界に沿う長さを a , b 、ねじり回転角を ϕ , ψ 、ねじり剛性、曲げねじり剛性、断面極二次モーメントを GJ_s , EC_w , I_{xp} とする。さらに添字 E, I でそれぞれ弾性部、初期変形部分を示す。

i) 変位:

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_{ik} u_k ; \quad v = \alpha_{ik} u_{k+4} \quad (k=1, \dots, 4) \\ w &= \beta_{ik} w_k \quad (k=1, \dots, 12) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ii) ひずみ:

$$\varepsilon_i = B_{ik}^p u_k + \frac{1}{2} B_{ikl}^{BB} w_l w_l + B_{ik}^B w_l \quad (2)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = B_{ik}^p w_k ; \quad \frac{d^2\phi}{dx^2} = B_{ik}^p w_k \quad (3)$$

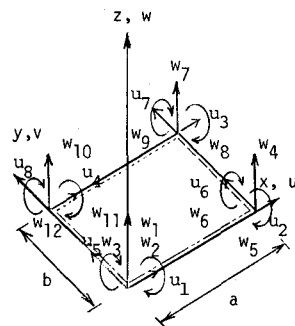


Fig. 1.

iii) 応力-ひずみ関係:

$$\sigma_i = D_{ij} \varepsilon_j \quad (4)$$

$$\text{iv) ひずみエネルギー:} \quad U = \int_V \int_0^\varepsilon \sigma_i d\varepsilon_i dV + \frac{1}{2} \int_V \left\{ GJ_s \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + \alpha_{ip} I_{xp} \left(\frac{d\psi}{dx} \right)^2 + EC_w \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} \right)^2 \right\} dx \quad (5)$$

$$\text{すなわち,} \quad U = \frac{1}{2} K_{ij}^* \delta_i \delta_j ; \quad (\delta)^T = (u_1, u_2, \dots, u_8, w_1, w_2, \dots, w_{12}) \quad (6)$$

$$\text{v) つり合い式:} \quad P_i = \frac{\partial U}{\partial \delta_i} = K_{ij}^{**} \delta_j \quad (7)$$

$$\text{vi) 接線増分式:} \quad \dot{P}_i = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \dot{\delta}_j = K_{ij}^{***} \dot{\delta}_j \quad (8)$$

$$\text{vii) 割線増分式:} \quad \Delta P_i = \{P_i(\delta + \Delta\delta) - P_i(\delta)\} / \Delta\delta_j \cdot \Delta\delta_j = \tilde{K}_{ij} \Delta\delta_j \quad (9)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} [K^*] &= [K_0] + \frac{1}{3} [K_I] + \frac{1}{6} [K_{II}] ; \quad [K^{**}] = [K_0] + \frac{1}{2} [K_I] + \frac{1}{3} [K_{II}] \\ [K^{***}] &= [K_0] + [K_I] + [K_{II}] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$[K_0] = \left[\begin{array}{c|c} K_{ij}^p & (K_{ij}^{PB} + K_{ij}^\phi) w_k^I \\ \hline (K_{ji}^{PB} + K_{ji}^\phi) w_k^I & K_{ij}^B + K_{ij}^\phi + (K_{ij}^{BB} + 3K_{ij}^\phi) w_k^I w_l^I \end{array} \right] \quad (11)$$

$$[K_I] = \begin{bmatrix} 0 & (K_{ij\ell}^{PB} + K_{ij\ell}^{\phi}) w_{\ell}^E \\ \text{---} & \text{---} \\ (K_{ji\ell}^{PB} + K_{ji\ell}^{\phi}) w_{\ell}^E & (K_{ij\ell}^{PB} + K_{ij\ell}^{\phi}) u_{\ell}^E + 3(K_{ij\ell}^{BB} + K_{ij\ell}^{\phi}) w_{\ell}^E \end{bmatrix}; [K_{II}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (\frac{3}{2} K_{ij\ell}^{BB} + K_{ij\ell}^{\phi}) w_{\ell}^E w_{\ell}^E \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^P &= \int_V D_{mn} B_{mi}^P B_{nj}^P dV; & K_{ij\ell}^{PB} &= \int_V D_{mn} B_{mi}^P B_{nj\ell}^{BB} dV; & K_{ij\ell}^{BB} &= \int_V D_{mn} B_{mi}^{BB} B_{nj\ell}^{BB} dV \\ K_{ij}^B &= \int_V D_{mn} B_{mi}^B B_{nj}^B dV; & K_{ij}^{\phi} &= \int_{\Delta} (GJ_{\Delta} B_{i\ell}^{\phi} B_{j\ell}^{\phi} + EC_{\Delta} w_{\Delta}^{\phi} B_{i\ell}^{\phi} B_{j\ell}^{\phi}) d\Delta \\ K_{ij\ell}^{\phi} &= \int_{\Delta} E_m I_{\Delta P} B_{mi}^{\phi} B_{j\ell}^{\phi} B_{i\ell}^{\phi} B_{j\ell}^{\phi} d\Delta; & K_{ij\ell k}^{\phi} &= \int_{\Delta} E_m I_{\Delta P} B_{mi}^{BB} B_{j\ell}^{\phi} B_{i\ell}^{\phi} B_{k\ell}^{\phi} d\Delta \end{aligned} \right\} (12)$$

3. 線形化法

線形化法に関しては多くの手法が開発されているが、文献1)にうまく分類されている。本研究ではこのうち摂動法、Newton-Raphson 法、修正荷重増分法 を主として用いている。

4. 数値解析例

- (1) 正方形板，等分布横荷重満載 (Fig. 2): 周辺固定
- (2) 正方形板，面内一方向圧縮 (Fig. 3): 周辺単純支持
- (3) 正方形板，面内せん断 (Fig. 4): 周辺単純支持

5. あとがき

各種の剛性マトリックスは式(10)~(12)に与えられているが、何れも陽形で計算できる。線形化の手法として何を選ぶかが問題になるがそれは式(7)の誤差の評価と密接な関係にある。ただ、補剛材のない場合は、摂動法、修正荷重増分法、Newton-Raphson 法による解の差異は適当な増分を考えた場合微小と考えられる。補剛材のある場合の例については、発表時にスライドで説明する。

なお、数値計算とプログラミングに関して、大学院修了の日本鋼管、中村公信氏の多大の貢献を感謝する。

6. 参考文献

- 1) Haisler, W.E., J.A. Stricklin, and F. J. Stebbings: Development and Evaluation of Solution Procedures for Geometrically Nonlinear Structural Analysis, AIAA Journal Vol. 10, No. 3, pp. 264-272, 1972.

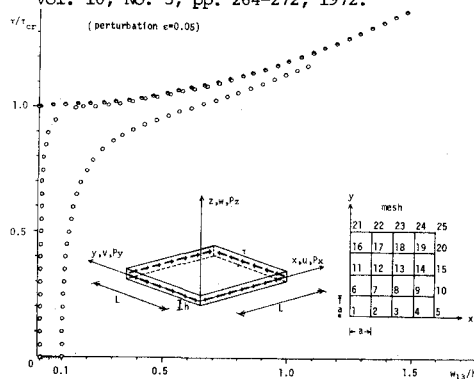


Fig. 4.

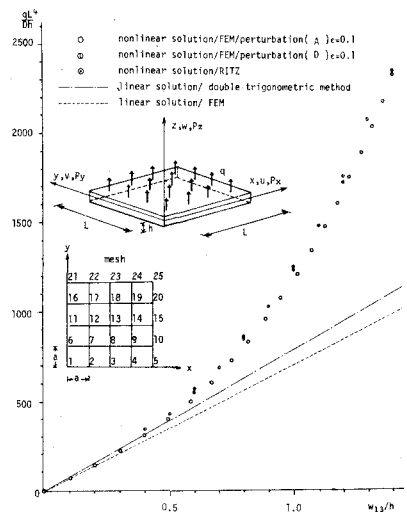


Fig. 2

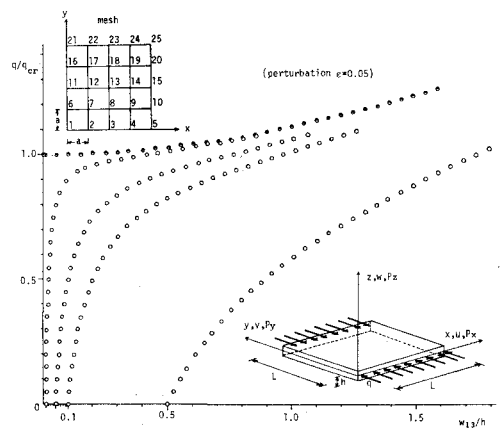


Fig. 3.