

九州大学 正 員 太田俊昭

学生員 藤岡健三

1. よえがき

近年、構造用材の品質向上と溶接技術の著しい進歩に伴い、薄肉多室閉断面形式の部材が、吊橋主塔、および主桁等に数多く使用されるようになって来た。この種部材の設計は、今日、主にせん断流理論によって行なわれているが、同理論の適用範囲は、弾性域に限られるもので、極限設計法に適用するにためには、多大の要素分割を必要とする有限要素法等にしなければならない。ここに提唱する理論は、弾性曲げせん断流理論を塑性域まで拡張一般化したもので、その特色は、応力と変形に関する基礎式が従来の弾性式と同形式で導かれているために、解析手法が弾性のそれに準じるものとなっており、簡易性、実用性がそのまゝ生じている点にある。

なお、荷重条件は、単純曲げ、捻り、および曲げ捻り等の場合が想定されるが、ここでは、単純曲げの解析原理ならびに計算例について報告する。

2. 基礎理論

一般に、図-1のような軸力 N と主軸回りにモーメント M が作用するばりを想定する。断面に生じるせん断応力 τ 、軸力 N とモーメント M により生じる垂直応力 $\sigma_{\theta+N}$ とすると、これらの応力は、Reuss の方程式によって次のように与えられる¹⁾。

$$\tau = G\gamma - 2\phi G\lambda \quad \dots\dots (1) \quad \sigma_{\theta+N} = E\dot{\epsilon}_{\theta+N} - \frac{2}{3}E\sigma_{\theta+N}\lambda \quad \dots\dots (2)$$

ここで Mises の降伏条件式を導入すれば、式(1)、式(2)中の λ は、塑性時に正の値を持つスカラー一定数として次の式で求められる²⁾。

$$\lambda = |E\sigma_{\theta+N}\dot{\epsilon}_{\theta+N} + 3G\tau\dot{\gamma}| / (\frac{2}{3}E\sigma_{\theta+N}^2 + 6G\tau^2) \quad \dots\dots (3)$$

次に図-2の断面の微小要素 ($dZ \times dU$) に着目すれば、せん断応力 τ と垂直応力 $\sigma_{\theta+N}$ の間には、次式が成立する³⁾。

$$d\tau \cdot \tau \cdot dZ + d\sigma_{\theta+N} \cdot \tau \cdot dU = 0 \quad \dots\dots (4)$$

式(4)において、せん断流 ($g = \tau/\tau$) なる概念を導入した上で、周長 u について積分すれば次式を与える。

$$\dot{g} = - \int_0^u \frac{d\sigma_{\theta+N}}{dZ} \cdot \tau \cdot dU + g^* \quad \dots\dots (5)$$

g^* は不静定せん断流であり、断面におけるせん断ひずみ γ (工学的) によって生じるずれを零に引きもどす力として定義出来る。すなわち、補正ひずみエネルギーを U_0 とすると $\frac{\partial U_0}{\partial g^*} = 0$ なる条件より、増分形式になおして次式を与える。

$$\dot{g} + \frac{\partial g^*}{\partial g} \dot{g} = 0 \quad \dots\dots (6)$$

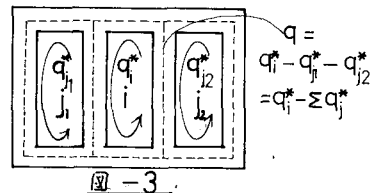
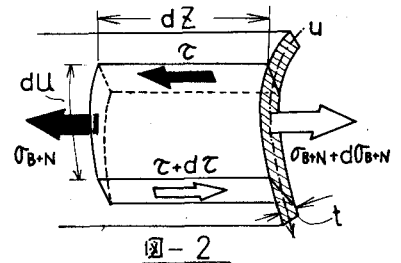
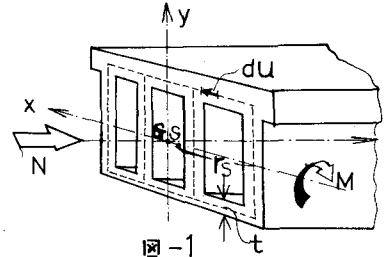
式(6)に、せん断ひずみ増分 $\dot{\gamma} = (2Gg\lambda + \dot{g})/G\tau$ と代入し、図-3を参照の上整理すれば次式を与える。

$$g_i^* a_i - \sum_j g_j^* b_{ij} = - \int 2Gg_i \lambda \frac{dU}{dZ} + g_i \dot{g}_i \frac{dU}{dZ} + 2 \sum_j g_j^* \int G\lambda \frac{dU}{dZ} \quad \dots\dots (7)$$

に於て、 $a_i = g_i \frac{dU}{dZ}$ 、 $b_{ij} = g_j \frac{dU}{dZ}$ 、また、 $g = G/G_0$ 、 G_0 : 標準せん断弾性係数である。

式(7)によって、不静定せん断流 g^* が求められることになり、したがって式(5)によりせん断流 g が、さらにせん断力 τ が、弾性、塑性を問わず、 $\tau = g/\tau$ で計算されることになる。

曲率とモーメントの関係は次のように導きうる。



すなわち、断面の図心Gの垂直ひずみを $\dot{\epsilon}_g$ とすれば、軸力NとモーメントMによる垂直ひずみ $\dot{\epsilon}_{B+N}$ の間には、曲率中を媒介として増分形式の次式が成立する。

$$\dot{\epsilon}_{B+N} = \dot{\epsilon}_g - x\dot{\phi} \quad \text{----- (8)}$$

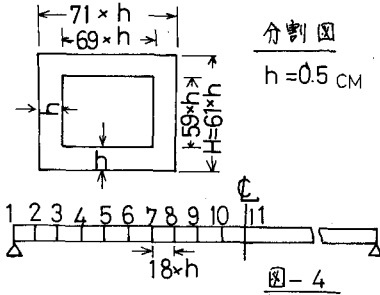
ここで $\dot{N} = \int_A \dot{\sigma}_{B+N} x dA$, $\dot{M} = \int_A \dot{\sigma}_{B+N} dA$ であるから、式(8)より以下の2式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{M} &= EI\dot{\phi} - \frac{2}{3}E \int_A \dot{\sigma}_{B+N} x x dA \\ \dot{N} &= EA\dot{\epsilon}_g - \frac{2}{3}E \int_A \dot{\sigma}_{B+N} x dA \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (9)}$$

以上により、せん断応力の影響を考慮する薄肉閉断面ばりの弾塑性曲げ解析が可能となる。

3. 計算例

図-4に示される薄肉箱型断面形状単純ばりを対象に、 $M-\phi$ 関係と求め、せん断流の影響を無視した場合との比較を試みる。結果の一部を、図-5、図-6A、6Bに示した。ただし部材は長さ方向20等分、断面は同方向260分割とした。



分割図
h=0.5 cm

図-4

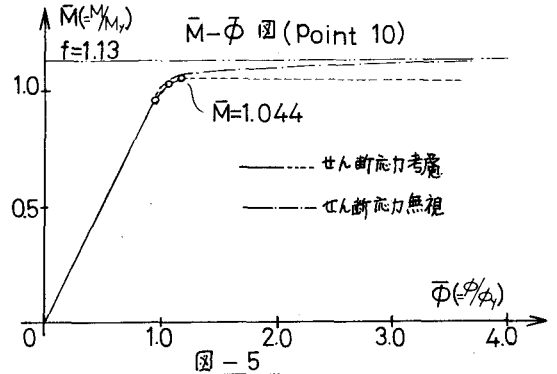


図-5

$\tau(\tau/\tau_y)$ 分布

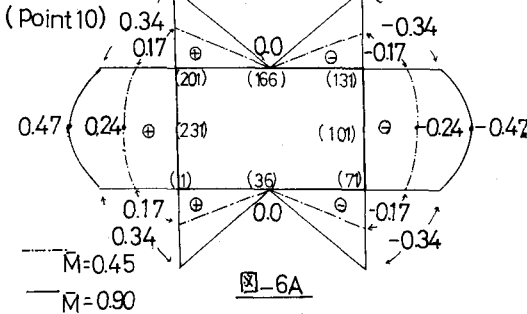


図-6A

$\tau(\tau/\tau_y)$ Point 10

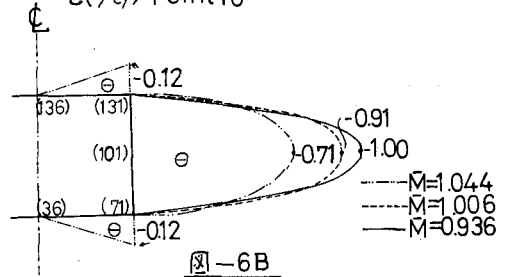


図-6B

4. あとがき

本研究において、薄肉多室閉断面ばりが、曲げによって破壊される時、せん断と曲げの組合せ応力によって生じる耐力の減少効果すなわちせん断核による破壊メカニズムが解明できた。なお、著者らは本理論が一軸曲げのみに限らず、捻り、曲げ捻り、およびそれらの組合せ負荷の場合にも、ある程度拡張適用できる一般性を有するものであることを既に確認しており、これらについては、順次報告する予定である。

参考文献

- (1) 山田喜昭 塑性力学 森北出版(P14~20)
- (2) 太田 中沢 曲げおよび捻りを受ける鋼管の弾塑性解析(第一報) 九大工学部集報 第46巻 4号 542.8 (P522~529)
- (3) 小松定夫 薄肉構造物の理論と計算Ⅰ 山海堂(P108~264)
- (4) 宮定 利小西 橋梁力学 森北出版(P215~240)
- (5) 林 毅 軽構造の理論とその応用(上) 日本科学技術連盟(P67~114)
- (6) V.I.ツツワフ 薄肉弾性ばりの理論 技報堂
- (7) 太田 藤成 薄肉多室閉断面桁の弾塑性曲げ捻り理論(昭和48年度土木学会西部支部研究発表論文集)