

豊田高孝 正員 桜井孝昌

まえがき 本研究は、図-1に示すような剛体円柱に斜交しているパイプの応力解析を、選点法を用いて行おうとしたものである。この種の境界線が複雑な曲面板の解析に当っては、有限要素法が有力な手段である。しかしこの方法において解の精度を表わすことは容易でない。選点法を用いた場合も解は近似解として得られるので、解の精度を表わす必要がある。本報告はこの精度を比較的容易に表わす方法を検討した。

解析方法 解析に当っては曲面板の曲げ理論を適用し、境界を除いた内部では、つりあい条件および連続条件は全て満足されるように一般解を(1)式に示す級数に展開した。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ e^{-\beta_j \xi} (n G_j \sin g_j \xi + m C_j \cos g_j \xi) \cos m \theta \right\} \quad (1)$$

境界条件は、(2)式のごとく接合線上で固定の条件をその線上の点で満足させ、右端の荷重条件は接合線より十分離れたところで値が一一定となるよう定めた。 $u=0, v=0, w=0, \frac{\partial w}{\partial \xi} - R_1 = 0$ ----- (2)

解の精度を検討するためには正解を得る必要があるが、本例では選点の数を順次増加させ、必要な精度まで収束したところのものを正解として用いた。選点法には直接選点法と選点最小2乗法がある。⁽¹⁾ 直接選点法は接合線上の n 点で(2)式の境界条件を満足させた場合、 $m=n$ に対応して4 n 個の未定定数 C を定める方法である。選点最小2乗法は4 n 個の未定定数を定めるのに n 個以上の選点を取り各々の選点における誤差を最小にするようにする方法である。以上のような解法に従えば、境界内部の条件は満足されているので、境界条件さえ正しく満たされれば、正解が得られる。従って境界条件の精度により解の精度が定まると考えられる。これに従って以下の計算例により、境界条件における精度と解の精度の相関関係を検討する。

計算結果および考察 荷重はパイプ右端に無次元化された偶力 $M=1$ を作用させた。本例では $\alpha=20^\circ$, $r/R=0.5$ の場合につき選点数を増加させ、接合線上の応力(図-2参照)を求めた。図-3は直接選点法につき(4)図は接合線の展開図および選点の位置を示す。(4)図は選点の数に対応する境界線上の境界条件における誤差を表わしたものである。境界条件は(2)式の4つの条件を選点上で満足するよう未定定数 C を定めた。また(2)式以外の条件 $\partial w / \partial \theta + v - R_2 = 0$ も必然的に満たされなければならない。一方接合線上の選点以外の部分では(2)式は満足されていない。これらの誤差を表わすのに、 $\alpha=0^\circ$, $r/R=a$, $\xi=1$ (軸方向座標を ξ と割ったもの)における u, v, w, R_1, R_2 の値の最大値を基準として、接合線上に生じてくるそれぞれの誤差とこれら基準値の対応する値の比、例えば R_1/R_0 をもって誤差の程度とした。接合線上で満足されるべき5つの式のうち、 R_2 の誤差が最大となったので R_2/R_0 の常用対数を図-3(4)に示した。図-4は選点最小2乗法の場合につき図-3と同様にして描いたが、この場合は v の値が最大となる。図-4における m は、(1)式における m に対応し、 n は選点の数である。

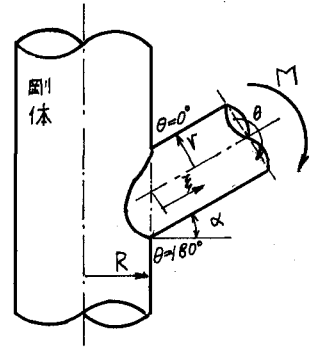


図-1 斜交パイプ概形

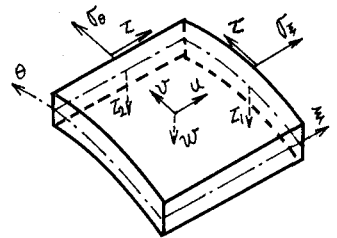


図-2 応力および変位

また図3, 4に示した選点の位置は選点の数を変えない場合に最も誤差の小さい位置である。図-3(a)に示すごとく、誤差の大きさが場所によって非常に偏っているため、多くの選点を取っても全体の精度をあげるのに有効に生かされない。一方図-4の最小2乗法を用いた場合は、誤差の偏りが少なく選点全体が有効に働いているといえる。

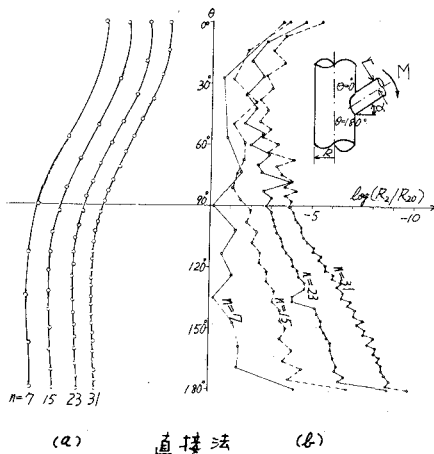


図-3 接合線断面と選点の位置および境界条件の誤差

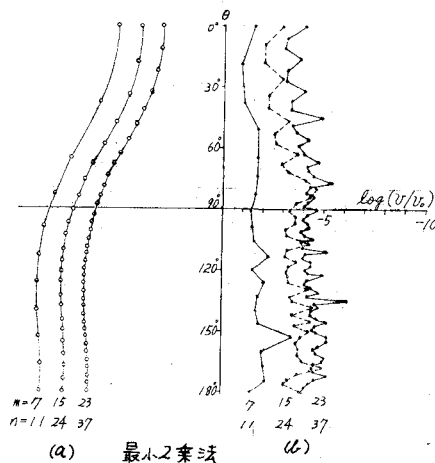


図-4 図-3と同じ

図-4の最小2乗法を用いた場合は、誤差の偏りが少なく選点全体が有効に働いているといえる。図-5および図-6は、選点の数を直接法で4点まで取り、解が十分収束するのを確かめて、このときの値を正解とした場合、正解に対する誤差を縦軸にとり、そのときの接合線上における最大誤差を横軸にとったものである。

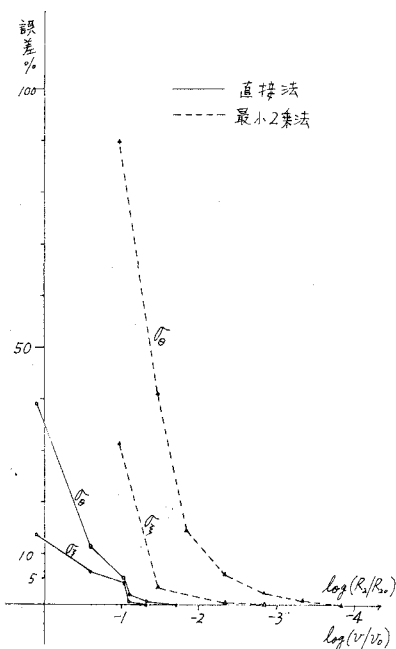


図-5 v_0 の誤差と境界条件の誤差の関係

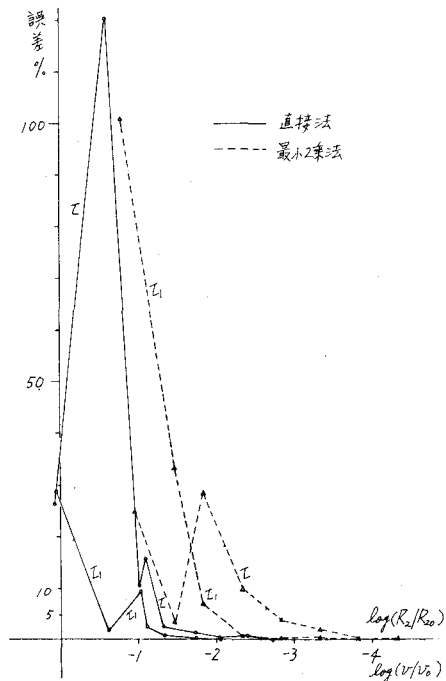


図-6 R_2 の誤差と境界条件の誤差の関係

むすび 以上の結果より、境界条件に生ずる誤差が一定の場合、主要な応力 σ_1 は精度がよく、その他の応力は同程度である。また表-1に示すように、直接法と最小2乗法を比較した場合、同程度の精度の解を得るためには、最小2乗法の σ_1 が境界条件の精度を高くせねばならない。

表-1 解の精度と境界条件に生ずる誤差の関係

境界条件に生ずる最大誤差		σ_1 の誤差	$\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ の誤差
直接法 (R_2/R_0)	選点最小2乗法 (v/v_0)		
4.7×10^{-2} $n=9$	4.6×10^{-3} $n=15$	3%	10%
9.2×10^{-3} $n=27$	1.5×10^{-3} $n=21$	0.5%	5%

以上1例にわたってのみ検討したが、曲面板を解くに当り(1)式を解とする場合、境界条件における誤差と、解の誤差との相関関係を一般化できるようさらに検討する。参考文献：(1) 後藤恵三補也、「選点法による2次元応力解析の一研究」第2回土木学会年次学術講演会概要集