

法政大学工学部 正員 大地 羊三
川田工業 K.K. 正員 ○板橋 啓治

1. まえがき

本解析は、任意形状の立体骨組構造あるいは立体吊り構造を対象に、剛性の变化、変形による平衡条件の変化等を考慮した有限変形理論の解式を導き、いくつかの数値計算を実行させて立体構造物の幾何学的非線型挙動について考察したものである。収束計算には、Newton-Raphson法と漸増荷重法を組み合わせる方法を用い、Elastica問題のような極端に変形の大きな場合に対しても本方法が良好な収束性を有することを確かめた。本理論によれば、3次元構造の全体座屈解析あるいは吊橋の立体解析等が可能である。

2. 基本式の誘導

a) はり要素の幾何学的剛性

開断面直線部材に対し、断面の図心がせん断中心と一致し、かつ部材の中間に荷重が作用しない場合、曲げならびにねじりと軸力との連成を考慮したはりの方程式は(1)で表わされる(図-1)。これらを適当な境界条件のもとで解き、部材の剛性行列を導くと(2)が得られる。(2)に現われる各要素の内容は(3)から(7)に示されている。

$$\left. \begin{aligned} EI_w w^{(4)} - N w^{(2)} &= 0 \\ EI_w v^{(4)} - N v^{(2)} &= 0 \\ EC_w \phi^{(4)} - (GJ + NI_0^2) \phi^{(2)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$[K] = \frac{E}{l^3} \begin{bmatrix} Al^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Al^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_w & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_w & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_w l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_w l^2 \\ 0 & -d_w l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_w l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

SYM.

b) ケーブルの幾何学的剛性

ケーブルには初期状態で十分な張力が導入されているものと仮定する。部材の全ポテンシャルエネルギーは(8)で表され、これに軸方向ひずみ(9)を代入し、部材内変位を線型と仮定して、最小ポテンシャルエネルギーの原理(10)を用いると(11)のようにケーブルの剛性行列(全体座標系)が得られる。

(11)において l_0 は初期状態の枝長、 l は変形後の枝長である。なお断面力の算定の際に無応力長が必要となるが、これは(14)で与えられる。

$$a_w = 2b_w + Nl^2/E, \quad b_w = d_w + e_w, \quad k_w = l(|N|/EI_w)^{1/2} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} N < 0 \text{ (圧縮)} \\ d_w &= I_w k_w (\sin k_w - k_w \cos k_w) / [2(1 - \cos k_w) - k_w \sin k_w] \\ e_w &= I_w k_w (k_w - \sin k_w) / [2(1 - \cos k_w) - k_w \sin k_w] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3. 解析結果

a) Elastica問題

本理論の妥当性を調べるため、図-2-a)に示されるような片持ち梁が先端に集中荷重を受けた場合の大変形問題を扱った。図-2-b)には荷重と先端の変位との関係が示されているが、楕円積分による解析解とよく一致している。

$$\left. \begin{aligned} N > 0 \text{ (引張)} \\ d_w &= I_w k_w (\sinh k_w - k_w \cosh k_w) / [2(\cosh k_w - 1) - k_w \sinh k_w] \\ e_w &= I_w k_w (k_w - \sinh k_w) / [2(\cosh k_w - 1) - k_w \sinh k_w] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

b) ドームの大変形座屈

図-3-a)に示すような全部材等断面のドームが、

$$\left. \begin{aligned} (N < 0 \text{ and } GJ + NI_0^2 < 0) \\ c &= C_w k^3 \sin k / [2(1 - \cos k) - k \sin k] \\ k &= l [-(GJ + NI_0^2) / EC_w]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

格点A～Gに鉛直荷重を受けた場合の大変形座屈問題を解析した。図5-b)は微小変形理論による変形モードを、図5-c)は本理論により求めた大変形座屈モードを示している。文献(1)では、この問題に対して大変形を考慮した座屈荷重 P_{cr} を 3900 kips として与えているが、本解析では 3920 kips が得られた。

c) 面外荷重を受ける吊橋

本理論によれば、吊橋の立体解析を行う事ができる。筆者等は既にいくつかの型の吊橋について面外荷重を受けた場合等の解析結果を得ている。解析でははじめに死荷重による平衡状態を求めておき、この後に意図する荷重を載荷する方法をとる。図-4に結果の一例を示す。

4. あとがき

現在式(11)の代りに、ケーブル自体の平衡方程式から導いた剛性行列を用いた解析を進めている。この結果については講演会当日に発表する予定である。

参考文献

- (1) Proc. of ASCE, ST-12, 1972 K.H. Chu and R.H. Rampetsreiter

$$\left. \begin{aligned} (N < 0 \text{ and } GJ + N r_0^2 > 0) \text{ or } N > 0 \\ c = -C_w k^3 \sinh k / [2(\cosh k - 1) - k \sinh k] \\ k = \lambda [(GJ + N r_0^2) / EC_w]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V E \varepsilon_x^2 dV - \sum_i f_i u_i \quad (8)$$

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$\partial \Pi / \partial u_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

$$[k] = \frac{EA}{l_0} \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ \text{sym.} & k_1 \end{bmatrix} + \frac{N}{l} \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ \text{sym.} & k_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[k_1] = \begin{bmatrix} C_x^2 & C_x C_y & C_x C_z \\ C_y^2 & C_y C_z \\ \text{sym.} & C_z^2 \end{bmatrix}, \quad [k_2] = \begin{bmatrix} 1 - C_x^2 & -C_x C_y & -C_x C_z \\ 1 - C_y^2 & -C_y C_z \\ \text{sym.} & 1 - C_z^2 \end{bmatrix} \quad (11')$$

$$l = [(X_{b_0} - X_{a_0} + x_b - x_a)^2 + \dots + (Z_{b_0} - Z_{a_0} + z_b - z_a)^2]^{1/2} \quad (12)$$

$$l_0 = [(X_{b_0} - X_{a_0})^2 + (Y_{b_0} - Y_{a_0})^2 + (Z_{b_0} - Z_{a_0})^2]^{1/2} \quad (13)$$

$$l'_0 = l_0 / [1 + N_0 / EA] \quad (14)$$

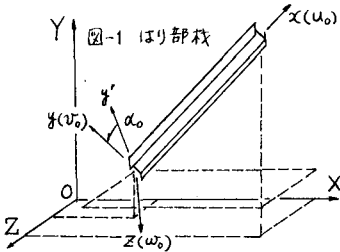


図-1 ばり部材

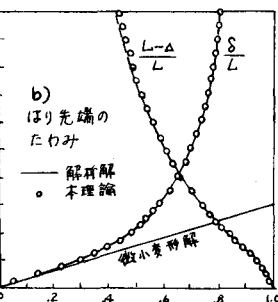
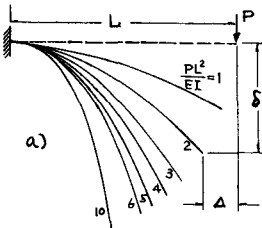


図-3 ドームの大変形座屈

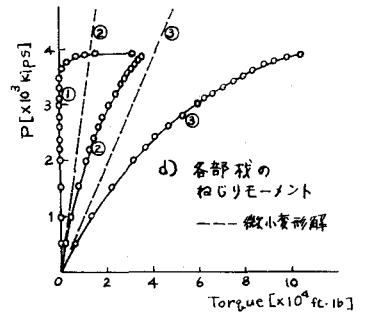
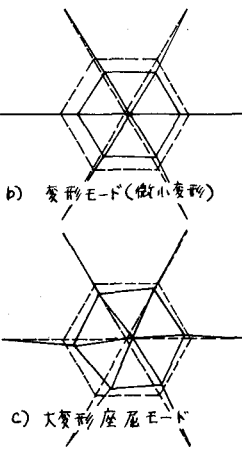
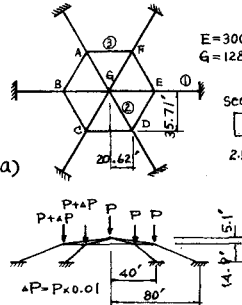


図-4 横荷重を受ける吊橋

