

信州大学工学部

正員 谷本勉 助

正員 夏目 正太郎

○ 学生員 伴野 保志

1. はじめに。

当研究室では、微小変形理論における骨組構造物については、演算子法による三軸漸化変形法の理論展開とその任意系プログラムは完成し、よい精度を得ている。その拡張として、昨年より、今年3月当大学院を卒業された、稲葉輝雄氏、柄沢安衛氏を中心に、大変形理論、有限変位理論の研究がなされている。

一般に、梁の微小変形理論においては、(i) 応力変形（ひずみ）関係（Hooke 則）は線形。(ii) 適合条件式（変形変位関係）は線形。(iii) 釣合条件＝応力外力の釣合関係は変位が微小として変形前の座標位置で行なうという仮定である。

大変形理論は(i) のフック則は同じく線形とし、(ii) の適合条件は、変位と変形（ひずみ）の関係は線形ではなく、(iii) の釣合条件は、変形後の座標で外力応力の釣合をとることにする。

又、有限変位理論は、(i)、(ii) のフック則と、適合条件は線形とし、(iii) の釣合条件のみ、変形後の座標位置で行なう解法とする。

この研究室の特長は、ホーに当研究室で発展された、三軸漸化変形法なる演算子法の解析であること、ホーに、徹底的な図形考察によって応力変位方程式を導き出していることである。

2. 基本式の誘導

まず、一部材について考察する。図-1において、中間座標を (x', y') 、変形前の部材座標を (x'', y'') 、変形後の部材座標を (x, y) とする。又変形後の系から見る変形量、力量を $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{\theta}$, $\bar{F}$, $\bar{S}$, $\bar{M}$ とする。

応力、ひずみ関係は、大変形、微小変形とも

$$F = EA \varepsilon_x \quad , \quad M = EI \eta \quad (1)$$

ε_x : x 軸方向のひずみ。 η : 曲率。

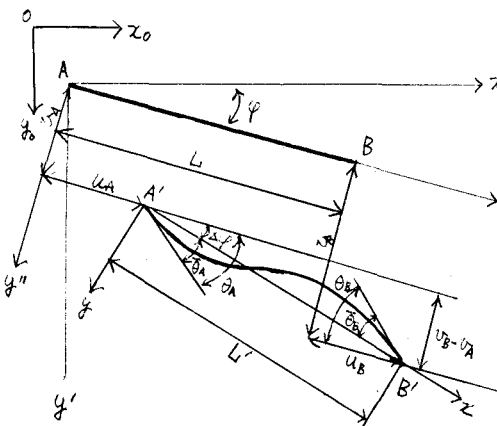


図-1(a) 微小変形理論による変形図。

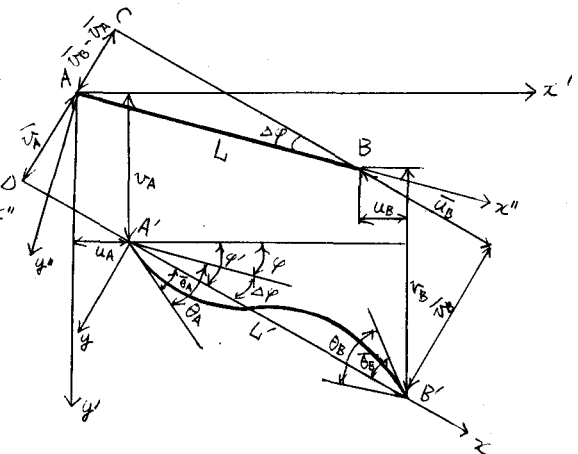


図-1(b) 大変形理論による変形図。

次に適合条件は、微小変形理論では、図-1(a)より、剛体回転角を $\Delta\varphi$ として、

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{u_B - u_A}{L}, \quad \Delta\varphi = \frac{v_B - v_A}{L} \quad (2)$$

であるが、大変形理論においては、図-1(b)より、

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L' - L}{L}, \quad \sin \Delta\varphi = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{v_B} - \overline{v_A}}{L} \quad (3)$$

又、力釣合は、微小変形では、変形前の座標でおこなうため、そのたわみ角は φ (図-1(a))を使う。それに対し、大変形理論においては、力釣合を変形後の座標でおこなうので、図-1(b)よりたわみ角は

$$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi \quad (4)$$

となる。また一方、 (x, y) 座標での部材端の変位ベクトル、力ベクトルを $\overline{U}_i, \overline{V}_i$ 、 (x', y') 座標でのそれらを U_i, V_i とする。即ち、

$$\overline{U}_i = \begin{bmatrix} \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{\theta} \end{bmatrix}_i, \quad \overline{V}_i = \begin{bmatrix} \overline{F} \\ \overline{S} \\ \overline{M} \end{bmatrix}_i, \quad U_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix}_i, \quad V_i = \begin{bmatrix} F \\ S \\ M \end{bmatrix}_i \quad (i=A, B) \quad (5)$$

である。ただし、 $\theta_i = \overline{\theta}_i + (\varphi' - \varphi)$ 。添字 i は、それぞれ図-1(a)のA, B端を示す。

以上より、部材座標系 (x, y) で、変位と力のKey Equationは整理して、

$$\begin{bmatrix} \overline{V}_A \\ \overline{V}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \beta' \\ \beta' & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{U}_A \\ \overline{U}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_A \\ N_B \end{bmatrix} \quad (6)$$

射影子 $\mathbf{I}, \mathbf{J}$ を用いて、全体座標系 (x_0, y_0) では、

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \mathbf{I} \cdot \begin{bmatrix} \beta & \beta' \\ \beta' & \beta \end{bmatrix} \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} + \mathbf{I} \cdot \begin{bmatrix} N_A \\ N_B \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、射影子 $\mathbf{I}, \mathbf{J}$ は、

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \cos\varphi' & -\sin\varphi' & 0 \\ \sin\varphi' & \cos\varphi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}^{-1} \quad (8)$$

又、右辺の二項は非線型項である($\Delta\varphi$ からなる)。これを見ると微小変形の式において、射影子で $\varphi \rightarrow \varphi'$ とし、非線型な φ 項を付加した形であることがわかる。一方、有限変位理論では、(7)式で、 φ 項を取り去り、射影子のみ、 φ' としたものとなる。大変形理論も有限変位理論もこれにより φ' の変化するくり返し(試算)で計算されることになる。

3. あとがき。

現在、種々の系につき、電算計算を行ない、大変形理論、有限変位理論、又、微小変形理論、さらに荷重を等分に載荷してゆく、いわゆる荷重増法につき、それぞれの比較計算をしている。さらには全体座標の問題への発展性が考えられる。