I-31　小型コンピューターによる大型立体ラーメンの数値計算法

ＫＫ日本構造橋梁研究所　正員　○的場　興司
信州大学工学部　正員　石川　清志
〃　正員　谷本　勉之助

1、はしがき

立体ラーメンの計算は通常大型電子計算機でないと処理できないと言われている。前回格子の影響線を小型機で処理した報告を致したが、今回立体ラーメンを演算子法により演算単位を縮少し計算を行なった。計算機の大きさを列挙すると次のようになる。

コアー　16Ｋバイト，　磁気ドラム　262Ｋバイト，　ディスクパック　5Ｍバイト

2、解析

演算子法の一般理論に関しては既に相当数発表されているので、簡略に述べる事にする。

i)　記号

変形量 $\mathbb{W} = \{ u,\ \phi,\ w_y,\ w_z,\ \theta_y,\ \theta_z \}$　　(1)

（軸方向変位、ねじり角、y方向変位、z方向変位、y方向たわみ角、z方向たわみ角）

力　量 $\mathbb{V} = \{ F,\ T,\ S_y,\ S_z,\ M_y,\ M_z \}$　　(2)

（軸力、ねじりモーメント、y方向せん断、z方向せん断、y方向曲げモーメント、z方向曲げモーメント）

ii)　三軸剛性マトリクス（Tridiagonal Stiffness Matrix）注

変形量，$\mathbb{W}$ と力量，$\mathbb{V}$ との関係は部材剛性マトリクスで結合され次の様になる。

$$\begin{bmatrix} \mathbb{V}(0) \\ \mathbb{V}(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mathbb{U} \\ \lambda' & \mathbb{U}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{W}(0) \\ \mathbb{W}(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu \\ \nu' \end{bmatrix} \mathbb{K} \qquad (3)$$

(3)式を用いて，節点での力釣合い条件を全構造系に対し組立てると三軸剛性マトリクスとなる。

$$\begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 \mathbb{C}_1 & & & & \\ \mathbb{A}_2 \mathbb{B}_2 \mathbb{C}_2 & & & & \\ & \mathbb{A}_3 \mathbb{B}_3 \mathbb{C}_3 & & & \\ & & \cdots\cdots & & \\ & & & \mathbb{A}_{n-1}, \mathbb{B}_{n-1}, \mathbb{C}_{n-1} & \\ & & & & \mathbb{A}_n \ \mathbb{B}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{W}_1 \\ \mathbb{W}_2 \\ \mathbb{W}_3 \\ \\ \mathbb{W}_{n-1} \\ \mathbb{W}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \\ \mathbb{P}_3 \\ \\ \mathbb{P}_{n-1} \\ \mathbb{P}_n \end{bmatrix} = \mathbb{O} \qquad (4)$$

1ユニットの力釣合方程式

本解析はトポロジカルユニットを基本にした分割を行なっており，(4)式の添字は各ユニットの番号を示している。また全剛性マトリクスの構成要素 $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$，は(3)式の $\lambda, \mathbb{U}, \lambda', \mathbb{U}'$ によって構成されるマトリクスであり，ユニットの節点数により大きさが変化する。

3、数値計算法

従来の演算子法による漸化変形法の数値計算法では、1ユニット内の節点の自由度を未知量として漸化式を解いた。よって電子計算機内にはコアー上にその分の Working Area を用意した。いま立体ラーメンの場合1節点の自由度は6だから，1ユニットに8節点あるとき $\mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{P}$ マトリクスの大きさは，$\mathbb{B}, \mathbb{C}$ マトリクス；48－by－48，$\mathbb{P}$ マトリクス；48の Columun Matrix で合計 18.6Ｋバイトをコアー上に用意しなければならない事

になる。ところが当社の計算機ではデータ領域として10.5Kバイトしか使われず、不可能となる。

ここでユニット間を漸化してゆく方法に加えて、節点間をも漸化的な方法をとり数値処理しようと試みたのが本報告である。 いま(4)式からあるユニット（r）番目を取り出してみると

$$\lfloor \mathbb{A}_r\ \mathbb{B}_r\ \mathbb{C}_r \rfloor \begin{bmatrix} \mathbb{U}_{r-1} \\ \mathbb{U}_r \\ \mathbb{U}_{r+1} \end{bmatrix} + \mathbb{P}_r = 0 \qquad (5)$$

$\mathbb{A}_r$ マトリクスは（r-1）番目において処理されているので（r）番目では

$$\lfloor \mathbb{B}_r'\ \mathbb{C}_r' \rfloor \begin{bmatrix} \mathbb{U}_r \\ \mathbb{U}_{r+1} \end{bmatrix} + \mathbb{P}_r' = 0 \qquad (6)$$

$$\overset{(2)}{}$$

$$(1)\left[\begin{array}{ccccc|ccccc} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1m} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & \cdots & C_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2m} & C_{21} & C_{22} & C_{23} & \cdots & C_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3m} & C_{31} & C_{32} & C_{33} & \cdots & C_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & \cdots & b_{mm} & C_{m1} & C_{m2} & C_{m3} & \cdots & C_{mn} \end{array}\right] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \cdots \\ U_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \cdots \\ P_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

1節点の力釣合方程式

ここで b, $\mathbb{C}$ は 6-by-6 の正方マトリクスであり、m はユニット内の節点数、n は次のユニットの節点数を示している。 (4)式を解くには第1段階として $\mathbb{A}$ マトリクスを処理して第2段階として $\mathbb{C}$ マトリクスを処理して解き上げてゆくのであるが、(7)式の処理においても(4)式の処理と同様にして行う。まず(7)式における下三角部分(1)を零にして、次に上三角部分(2)を零処理して $\mathbb{B}_r$ の逆マトリクスを求める。この際 b の逆マトリクスを求める時には Sweep Out 方法（掃き出し法）を用いている。

従って電算機内のコアー上にとる Working Area は次の様になる。

$$\lfloor b_1,\ b_2,\ b_3, \cdots\cdots b_m \rfloor \ \lfloor C_1\ \ C_2\ \ C_3 \cdots\cdots C_n \rfloor,\ [\mathbb{P}]$$

$$6 \times 6m \quad + \quad 6 \times 6n \quad + \ 6 \ = \ 6(6m+6n+1)$$

となり Working Area が縮少される。 しかしながら処理途中の莫大な数値をディスクに書き込んだり、書き出したりする作業が増える為、その分の処理時間が加算されることになるが、小型計算機で大きな構造系を計算する時にはやむを得ないものであろう。

4、あとがき

大型計算機を用いた大きな立体ラーメンの計算はすでに行なわれており実用化されているが、演算子法によればかなりの程度まで小型機で可能となるので中堅コンサルタント、メーカーでも自社内計算ができ、設計々算の迅速化ならびに立体ラーメンの挙動を知るための計算を手軽に行なえるので、設計の向上に役立つものと思われる。

最後にこのプログラムの理論解析及び製作にあたり、信州大学工学部 夏目先生、(株)日本構造橋梁研究所 野中正樹氏に御指導と御助力を載いた事に感謝の意を表します。

注 B. E. Gatewood and Norik Ohanian "Tri-Diagonal Matrix Method for Complex Structures," Journal of Structural Division, ASCE, April, 1965, pp 27-41