

九大. 工. 学生員 ○寺本 恵一郎
 九大. 工. 正員 太田 俊 昭
 九大. 工. 正員 今井 富士夫

1. まえがき

本研究は、任意の変動荷重を受ける形式任意の平面骨組構造物の極限強度、ならびに崩壊プロセスを自動的に解明しうる一般解析理論の確立を試みたものである。本法では、増分法に基づく一貫した行列解法を採用している。ゆえに上記変動荷重の静的崩壊メカニズムを明らかにしうることは、勿論のこと、線型加速度法などを併用すれば、動的崩壊メカニズムの究明をも容易に可能となる利点がある。ここでは、一例として、くり返し荷重、および変動荷重を受ける門形ラーメンを挙げ、それぞれの崩壊プロセスを統一した手法で簡単に自動解析しうることを立証し、その概要を報告している。

2. 基礎定理

いま、部材ABの両端におけるモーメントおよび接線角増分を $\dot{M}_{AB}$, $\dot{M}_{BA}$ および $\dot{\zeta}_{AB}$, $\dot{\zeta}_{BA}$ とすれば、弾性時では周知の(1), (2)式が成立する。

$$\begin{bmatrix} \dot{M}_{AB} \\ \dot{M}_{BA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4EI/l & 2EI/l \\ 2EI/l & 4EI/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_{AB} \\ \dot{\zeta}_{BA} \end{bmatrix} \quad \text{または} \quad \dot{M} = k \dot{\zeta} \quad \text{---(1)}$$

また変形の適合条件式は

$$\left. \begin{aligned} \dot{\zeta}_{AB} &= \dot{\theta}_A + (\delta_A - \delta_B)/l, \\ \dot{\zeta}_{BA} &= \dot{\theta}_B + (\delta_A - \delta_B)/l, \end{aligned} \right\} \quad \text{---(2)}$$

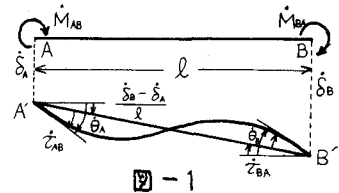


図-1

一方、材端A, Bに塑性ヒンジが発生し、不連続角 $\dot{\theta}_A^p$, $\dot{\theta}_B^p$ が生じたとすれば

$$\dot{\zeta}_{AB} = \dot{\theta}_A + (\delta_A - \delta_B)/l + \beta_A \dot{\theta}_A^p, \quad \dot{\zeta}_{BA} = \dot{\theta}_B + (\delta_A - \delta_B)/l + \beta_B \dot{\theta}_B^p \quad \text{---(3)}$$

ただし、 β_A , β_B は材端A, Bに塑性ヒンジが発生した場合に1, そうでない場合はゼロである。

式(3)より全節点(荷重点を含む)の変形の適合条件式は、

$$\dot{\zeta} = A_c \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + A_p \dot{\theta}^p \quad \text{または} \quad \dot{\zeta} = A_c \dot{U} + A_p \dot{\theta}^p \quad \text{---(4)}$$

一方、力のつりあい式は、外力増分を $\dot{P}$ で表わせば、反傾関係から

$$\dot{P} = A_e^T \dot{M} \quad \text{---(5)}$$

また、塑性ヒンジ条件は、

$$\dot{M}_p = A_p^T \dot{M} \quad \text{---(6)}$$

ただし除荷を含めた弾性時では、

$$0 = \dot{\theta}^p \quad \text{---(7)}$$

式(4), (5)に式(1), (3)を代入すれば、条件式(7)を含んだ次式がえられる。

$$\dot{P} = K \dot{U} + G \dot{\theta}^p \quad \text{---(8)}$$

$$\dot{M}_p = G^T \dot{U} + H \dot{\theta}^p \quad \text{---(9)}$$

ただし、 $K = A_e^T k A_e$; 弾性剛性行列, $G = A_e^T k A_p$, $H = A_p^T k A_p + d_h$

d_h ; 要素 d_i を有する対角行列で要素 d_i は塑性時にゼロ, そうでないときは1となる。

式(8)を変形して

$$\dot{U} = S \dot{P} - S G \dot{\theta}^p \quad \text{---(10)}$$

ただし $S = K^{-1}$; 弾性柔性行列 (flexibility matrix)

いま曲げのみを考えれば、 $\dot{M}_p = 0$ となるゆえ、式(9), (10)より

$$\dot{\theta}^p = C_g^T G^T S \dot{P} \quad \text{---(11)}$$

ここに $C_g = G^T S G - H$

$$\text{---(12)}$$

式(10)に式(11)を代入して

さらにモーメントの増分は

解法は前の荷重段階の $\mathbf{U}$, $\mathbf{\theta}^P$ を $\mathbf{U}'$, $(\mathbf{\theta}^P)'$ とすれば、式(13)を用い、荷重増分 $\dot{\mathbf{P}}$ に対する $\dot{\mathbf{U}}$ を求め $\mathbf{U} = \mathbf{U}' + \dot{\mathbf{U}}$ より変位を求め、さらに式(11)より $\dot{\mathbf{\theta}}^P$ を求め、 $\mathbf{\theta}^P = (\mathbf{\theta}^P)' + \dot{\mathbf{\theta}}^P$ を算出する。よって材端力は、次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{U}} = (\mathbf{I} - \mathbf{S} \mathbf{G} \mathbf{C}_g^{-1} \mathbf{G}^T) \mathbf{S} \dot{\mathbf{P}} \quad \text{-----(13)}$$

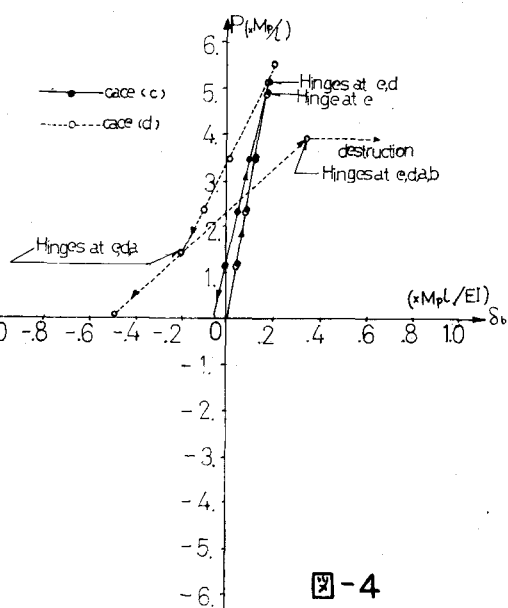
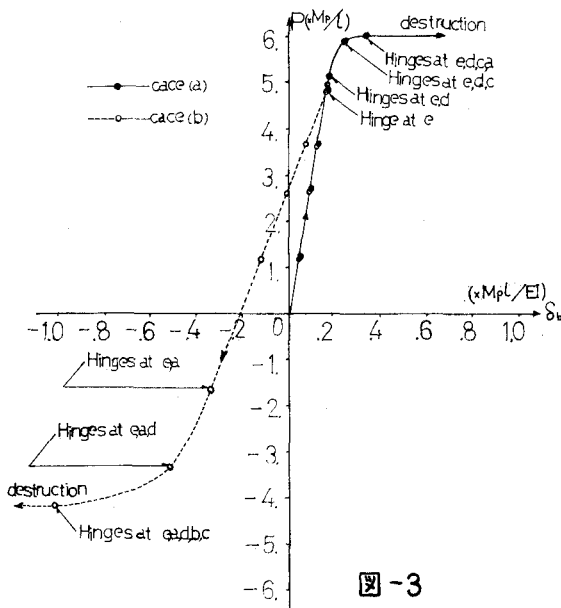
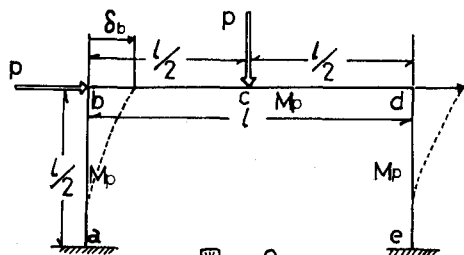
$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{k} (\mathbf{A}_e \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{A}_p \dot{\mathbf{\theta}}^P) \quad \text{-----(14)}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{k} (\mathbf{A}_e \mathbf{U} + \mathbf{A}_p \mathbf{\theta}^P) \quad \text{-----(15)}$$

なお、崩壊荷重は $\mathbf{C}_g$ が不定になったときの荷重値で与えられる。

3. 計算例

図-2に示す門形ラーメンが(a) $P=0 \rightarrow 6.01 (M_P/l)$ の漸増荷重を受ける場合、(b) $P=0 \rightarrow 5.05 \rightarrow -4.15 (M_P/l)$ の交番荷重を受ける場合、(c) $P=0 \rightarrow 5.05 (M_P/l)$ 、および(d) $P=0 \rightarrow 5.55 \rightarrow 0.05 \rightarrow 3.95 (M_P/l)$ のくり返し荷重を受ける場合の4例について解析した。結果は図-3、および図-4に示すとおりである。特に図-4より(c)の場合では、ラーメンは変形硬化(shake down)して、準弾性挙動を示すが、(d)の載荷では2回目の負荷時 $P=3.95 (M_P/l)$ で早くも崩壊してしまうことがわかり、(b)の変動荷重では shake down する荷重範囲内の荷重、すなわち $P=-4.15 (M_P/l)$ で全体崩壊してしまうことが了解される。



4. あとがき

本研究は、骨組構造物の崩壊メカニズムを一貫した行列解法によって自動的に解明する理論を提案したものであるが、この理論を拡張すれば、ねじりと曲げ、軸力と曲げ等の組み合わせ問題も取り扱い可能となる。なお、動的問題に関する解析アプローチとして、著者らは、線型加速度法を用いたが、結果の詳細は、講演時に報告する。

5. 参考文献

- (1) 渡辺 昇他、マトリクス構造解析研究発表論文集 (P.463~468) (S.46.6)
- (2) 太田 秀木、骨組構造物の自動極限解析法 (昭和48年度土木学会西部支部研究発表会論文集)
- (3) R.K. Livesley、マトリクス構造解析入門 (培風館)
- (4) 木原 博、塑性設計法 (森北出版)