

大阪大学 正員 小松定夫
山口県 " 丸山賢二
熊本大学 " 崎元達郎

1) まえがき; 圧縮部材が、ねじりをともなって、弾塑性座屈する場合の解析や、立体構造物の弾塑性解析を行なうためには、断面の一部が降伏した部材の剛性を明確にする必要がある。特に、そのような場合の *St. Venant* のねじり剛性は、未だ、明確に評価されるに至っていない。開断面部材の *St. Venant* のねじり剛性については、降伏域を無視し、弾性核のみ有効であるとしても、全断面有効としても、構造物全体の解析結果に及ぼす影響は小さいと考えられるが、閉断面部材については、両者の間には、非常に大きな相違を生じる。著者らは、圧縮とねじりを受ける閉断面部材について、実験的研究を行ない、一連の報告を行なってきたが、ここでは、溶接箱型断面が、圧縮、曲げ、ねじりを受ける場合の弾塑性解析手法と、若干の数値計算例を報告する。

2) 仮定; 実験結果を基礎にして、次のような仮定を設ける。i) 完全弾塑性材料でできた、二軸対称の薄肉箱型断面とし、*St. Venant* のねじりが支配的で、そりねじりは無視できる断面形状とする。ii) *St. Venant* のねじりによるせん断流は、断面の周方向に一定である。iii) *von Mises* の降伏条件が成立し、降伏域では *Prandtl-Reuss* の式が成立する。iv) 変形がつまりあいに及ぼす付加的影響は考慮しない。

3) 断面の接線剛性行列; 図-1 に示すように組合せ荷重を受けて、一部降伏域を生じた断面を考える。断面内の任意の軸ひずみ増分 $\Delta \varepsilon$ とせん断ひずみ増分 $\Delta \gamma$ は、次式で表わされる。

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_c - \Delta \psi_z \cdot y + \Delta \psi_y \cdot z \\ \Delta \gamma = \frac{\partial \omega}{\partial s} + r_s \cdot \Delta \theta \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta \gamma = \frac{\partial \omega}{\partial s} + r_s \cdot \Delta \theta \quad (2)$$

ここに、 $\Delta \varepsilon_c$ は断面図心の軸ひずみ、 $\Delta \psi_z$, $\Delta \psi_y$ は曲率、 $\Delta \omega$ はそり、 $\Delta \theta$ はねじり率の増分である。塑性域及び、弾性域のたカーひずみ関係は、

$$\begin{cases} \Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} + \frac{3\tau}{\sigma} \cdot (\Delta \varepsilon - \frac{\Delta \sigma}{E}) \\ \Delta \sigma = -\frac{3\tau}{\sigma} \cdot \Delta \tau \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} \Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} \\ \Delta \sigma = E \cdot \Delta \varepsilon \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} \Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} \\ \Delta \sigma = E \cdot \Delta \varepsilon \end{cases} \quad (5) \quad \begin{cases} \Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} \\ \Delta \sigma = E \cdot \Delta \varepsilon \end{cases} \quad (6)$$

式(2)を全断面について一周積分し、塑性域には、式(3)を、弾性域には、

式(5)を適用すると、次式を得る。

$$\oint \frac{\partial \omega}{\partial s} ds + \Delta \theta \cdot \oint r_s ds = \frac{1}{G} \int_e \Delta \tau ds + \frac{1}{G} \int_p \Delta \tau ds - \frac{1}{E} \int_p \frac{3\tau}{\sigma} \Delta \sigma ds + \int_p \frac{3\tau}{\sigma} \Delta \varepsilon ds \quad (7)$$

上式で、そりの連続条件を考慮すると、左辺第一項は0となる。さらに式(4),(6)を代入し、断面を一周する一定のせん断流 $\Delta \gamma = t \cdot \Delta \tau$ を考慮して、式を整理し、 $\Delta \gamma$ について解くと、次式のようになる。

$$\Delta \gamma = \frac{-1}{C_1 + C_2} (C_3 \cdot \Delta \varepsilon_c - C_4 \cdot \Delta \psi_z + C_5 \cdot \Delta \psi_y + C_6 \cdot \Delta \theta) \quad (8)$$

$$\text{ここに、} C_1 = \frac{1}{G} \oint \frac{ds}{t}, C_2 = \frac{1}{E} \oint_p \left(\frac{3\tau}{\sigma} \right)^2 \frac{ds}{t}, C_3 = \int_p \frac{3\tau}{\sigma} ds, C_4 = \int_p \frac{3\tau}{\sigma} y ds, C_5 = \int_p \frac{3\tau}{\sigma} z ds, C_6 = -\oint r_s ds \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{以上の結果を、増分のつまりあひ式;} \quad \Delta P &= E \int_e \varepsilon dA - \int_p \frac{3\tau}{\sigma} \Delta \tau dA, \quad \Delta M_z = -E \int_e \Delta \varepsilon y dA + \int_p \frac{3\tau}{\sigma} \Delta \tau y dA \\ \Delta M_y &= E \int_e \Delta \varepsilon z dA - \int_p \frac{3\tau}{\sigma} \Delta \tau z dA, \quad \Delta T = \oint \Delta \tau r_s dA \end{aligned} \quad (10)$$

に代入すると、次のような 4行4列の接線剛性マトリクスを得る。すなわち

$$\Delta f = [k_1 + k_2] \cdot \Delta d \quad \text{ここに、} \Delta f = [\Delta P - \Delta M_z \Delta M_y \Delta T], \quad \Delta d = [\Delta \varepsilon_c - \Delta \psi_z \Delta \psi_y \Delta \theta] \quad (11)$$

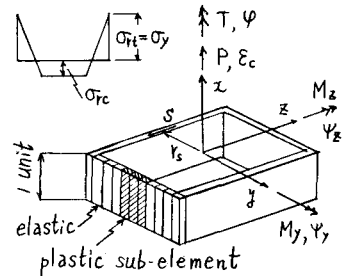


図-1 カと変形の正方向

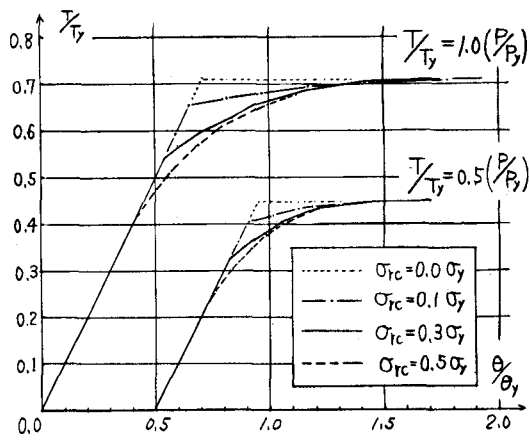


図-2 ねじり力-ねじり率関係(比例荷重)

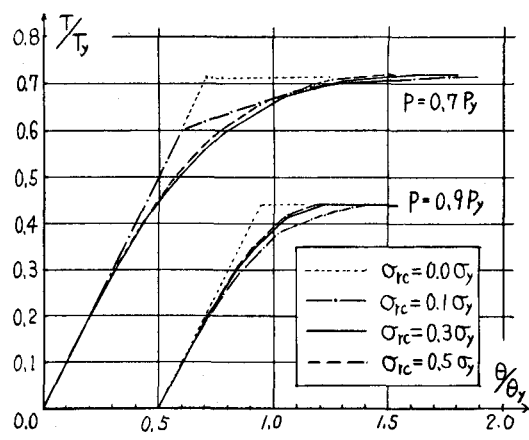


図-3 ねじり力-ねじり率関係(一定圧縮)

前式で、 k_1 は、通常の弾性の剛性マトリクスで、 k_2 は、降伏域内の積分を含んだマトリクスで、塑性化による剛性の低下を表わす。マトリクスの各要素の式表示は、文献(2)を参照されたい。

4)数値計算;逐次積分領域の変化する積分計算を含むので、断面分割による方法を取り、細要素の重心集で、すべての諸量を代表させる。荷重倍率法を併用した修正荷重増分法により、逐次降伏域を追跡し、その都度、剛性を評価し、変形増分を求める。計算例に用いた断面は、四隅と溶接した一辺 10 cm 板厚 4.5 mm の正方形箱型断面である。全断面を 88 の細要素に分割し、最大荷重増分を、降伏荷重の 1/40 で行なった。残留た力は、台形分布を理想形とし、階段状に近似した。圧縮とねじりの組合せ荷重の場合の結果を、図-2～図-5 に示す。

5)考察;図-2,3は、残留た力の影響を示す。図-2の比例荷重の場合は、圧縮残留た力が大きいほど早く降伏を生じ、変形の増大、剛性の低下を生む。図-3では、ねじりを受ける前に、圧縮によって生じている降伏域の面積が圧縮残留た力が小さいほど大きいので、剛性の低下は、残留た力の小さい方が大きくなっているのは興味深い。図-4は、塑性流れ理論の結果と変形理論の結果を比較したものであるが、塑性化が深いほど、その差は大きく表われる。また、初期ねじり剛性は、前者が、弾性値のままにくらべ、後者は、塑性ひずみの関数となる。図-5に示すように、圧縮力PとねじりTの組合せが、急変するような場合は、分岐点Aの接線ねじり剛性は、増分荷重ベクトルの方向に、大きく影響されることがわかる。

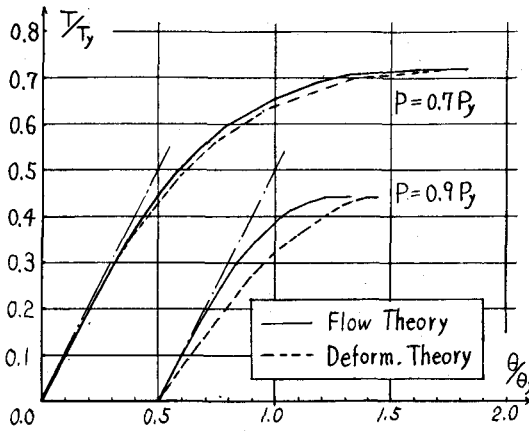


図-4 塑性流れ理論と変形理論の比較(σrc=0.3σy)

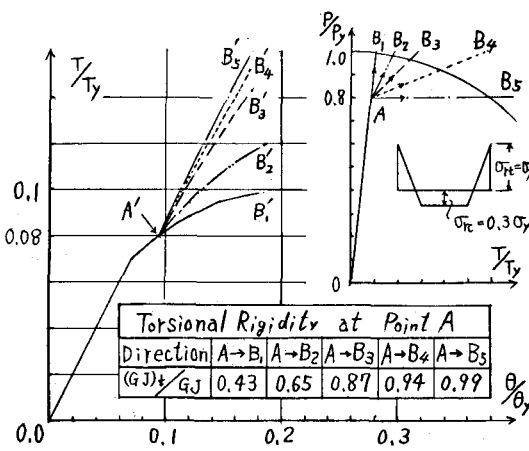


図-5 増分荷重ベクトルの方向と接線ねじり剛性

- 1) Siebel, M.P.L.; "The combined bending and twisting of..." Jour. of the Mech. & Phys. of Solids, Vol-1, pp189, 1953.
- 2) Komatsu, S. & T. Sakimoto; "Elasto-plastic behavior of steel members..." Proc. of the JSCE, 1974.(投稿中)