

(株) 宮地鉄工所 正会員 後藤 茂夫  
 (株) 宮地鉄工所 正会員 羽根 悟朗  
 (株) 宮地鉄工所 正会員 ○田中 達朗

1. 非線形剛性方程式の Newton-Raphson法による解法と接線剛性方程式による不平衡力打消法との等価性

一般に、大変形挙動の著しい構造物の解析には、非線形剛性方程式を単に数学的な多元高次の連立方程式と考へ、Newton-Raphson法を用いて直接反復計算する方法や、有限変形理論の基礎式を用いた荷重漸増法、あるいはその他の反復手法が用いられる。ここでは、接線剛性方程式を反復使用し、その先行状態を修正し、残差不平衡力を逆載荷しながら、真の平衡状態に収束させる大変形解析手法が厳密な非線形剛性方程式の Newton-Raphson法による反復解法と全く等価であることについて説明する。一応、部材力と部材変形が線形関係の場合を取扱うが、非線形な場合でも同様な説明が可能である。

構造物に作用する付加荷重を  $\Delta D$ 、変位を  $\Delta d$  とおき、厳密な非線形剛性方程式を

$$Kc \Delta d = \Delta D \quad \text{---- (1)}$$

と表わす。上式を微分して、付加荷重の微小増分  $\delta \Delta D$  とこれに対応する変位の変化  $\delta \Delta d$  との関係を表す式のように得る  $\frac{\partial (Kc \Delta d)}{\partial \Delta d} \delta \Delta d = \delta \Delta D \quad \text{---- (2)}$

式(2)の左辺の係数マトリックスを  $\tilde{K}_c$  とおき、 $\Delta \alpha_r, \Delta S_r$  を  $\Delta d_r$  による変形前の方向余弦  $\alpha$ 、部材力  $S$  の増分、さらに  $S_r = S + \Delta S_r, \alpha_r = \alpha + \Delta \alpha_r$  とすれば、Newton-Raphson法の反復公式は、次式のようになる。  $\Delta d_{r+1} = \Delta d_r + \tilde{K}_c^{-1} \{ \alpha_r, S_r, \Delta d_r \} (\Delta D - Kc \{ \alpha_r, S_r, \Delta d_r \} \Delta d_r) \quad \text{---- (3)}$

一方、荷重  $D$ 、部材力  $S$  で釣合っていた構造物が、付加荷重  $\Delta D$  により、部材変形  $\Delta d$  を生じ、部材力が  $S + \Delta S$  となり新たな変位  $\Delta d$  を生じて、ふたたび平衡状態となったとすると、変形後における部材力と荷重との釣合は、

$$\alpha \beta Kc^T \Delta d + \alpha \beta \beta + \Delta \alpha (S + \Delta S) = \Delta D \quad \text{---- (4)}$$

となる。ただし、 $\beta$  は変位と変形の厳密な適合条件:  $\Delta d = \alpha^T \Delta d + \beta$  における2次以上の高次項を含む非線形項であり、 $\beta$  は部材剛性マトリックスである。ここで  $\beta = \Delta \alpha^T \Delta d, \beta \Delta S = \beta (\alpha + \Delta \alpha)^T \Delta d$  なる関係を考慮して、式(4)を微分すれば、次式が得られる。

$$(\alpha + \Delta \alpha) \beta (\alpha + \Delta \alpha)^T \Delta d + \beta \Delta \alpha (S + \Delta S) = \delta \Delta D \quad \text{---- (5)}$$

また、 $\Delta \alpha$  の  $\Delta d$  に関する1次の項を  $\Delta \alpha'$  と表わせば、

$$\Delta \alpha' = \left[ \Delta d \frac{\partial \alpha}{\partial d} \right] = \Delta \alpha' \{ \alpha, \Delta d \}$$

$$\therefore \delta \Delta \alpha = \delta \{ \alpha (d + \Delta d) - \alpha \{ d \} \} = \left[ \delta \Delta d \frac{\partial \alpha (d + \Delta d)}{\partial (d + \Delta d)} \right] = \Delta \alpha' \{ \alpha + \Delta \alpha, \delta \Delta d \}$$

$$\therefore \delta \Delta \alpha (S + \Delta S) = K_2 \{ \alpha + \Delta \alpha, S + \Delta S \} \delta \Delta d \quad K_1, K_2: \text{線形剛性マトリックス}$$

$$(\alpha + \Delta \alpha) \beta (\alpha + \Delta \alpha)^T \delta \Delta d = K_1 \{ \alpha + \Delta \alpha \} \delta \Delta d \quad K_A \text{ における}$$

したがって、接線剛性方程式として

$$K_A \{ \alpha + \Delta \alpha, S + \Delta S \} \delta \Delta d = \delta \Delta D \quad \text{---- (6)}$$

が得られる。すなわち、 $\frac{\partial (Kc \Delta d)}{\partial \Delta d} = \tilde{K}_c \{ \alpha, S + \Delta S, \Delta d \} = K_A \{ \alpha + \Delta \alpha, S + \Delta S \}$  (7)

であることがわかり、接線剛性方程式を用いた、式(3)と等価な反復公式は、 $r$  回目の不平衡力が

$$\delta \Delta D_r = \Delta D - Kc \{ \alpha_r, S_r, \Delta d_r \} \Delta d_r = D + \Delta D - \alpha_r S_r \quad \text{---- (8)}$$

となるので、次式のように表わすことができる。

$$\Delta d_{r+1} = \Delta d_r + K_A^{-1} \{ \alpha_r, S_r \} (D + \Delta D - \alpha_r S_r) \quad \text{---- (9)}$$

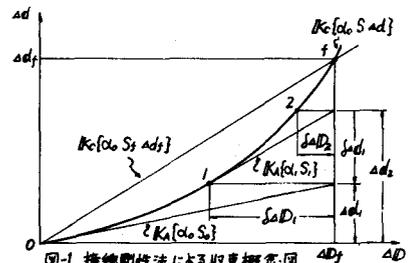


図-1 接線剛性法による収束概念図

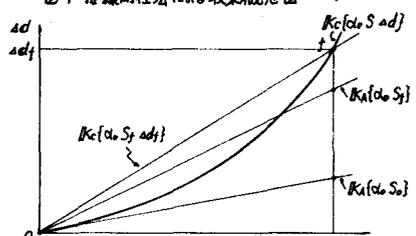


図-2 剛性マトリックスと勾配の関係

## 2. 平面骨組構造物の大変形解析

一般に、初期変形を考えた、平面部材の剛性マトリックスの誘導は、適当な変位関数を設定する有限要素法の手法が多用されている。しかし、節点間では、軸方向力が一定であり、また部材の曲率がたわみの2次微分に等しいという仮定に立脚すれば、軸方向力を伴う曲げ変形形状が有限変形理論的に評価された解析解を求めることができる。

### (1) 軸方向力を受けるはりの変形特性

図-3のように、材端力 $N$ と材端モーメント $M_x, M_y$ が作用する梁において、曲げ剛性 $EI$ を一定、部材軸方向力が一様で $N$ に等しいと仮定すれば、 $EI \frac{d^2\theta}{dz^2} - N \frac{d^2\theta}{dz^2} = 0$  が成立する。これを解いて  $d\theta/dz = \theta$  を求めると、

$$\theta = \sqrt{\frac{N}{EI}}, \quad z = \theta l_0 \text{ とおいて}$$

$$\theta = \frac{(\Delta h z - z) \Delta h \theta_1' - (\Delta h z - 1)(\Delta h \theta_1' - 1)}{z(\Delta h z - 1) - z \Delta h z} \theta_1 + \frac{(\Delta h z - z) \Delta h \theta_2' - (\Delta h z - 1)(\Delta h \theta_2' - 1)}{z(\Delta h z - 1) - z \Delta h z} \theta_2 \quad \text{---- (10)}$$

が得られ、また材端モーメントは  $\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \end{bmatrix} = \frac{EI}{l_0} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$  ---- (11),  $a = \frac{z^2 \Delta h z - z \Delta h z}{z \Delta h z - 2(\Delta h z - 1)}$ ,  $b = \frac{z \Delta h z - z^2}{z \Delta h z - 2(\Delta h z - 1)}$

となる。ここで  $P = N l_0^2 / EI$  とおいて、 $a, b$  を級数展開すると、 $a = 4 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n P^n$ ,  $b = 2 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n P^n$  と表わせる。

また、曲げ変形による部材端直線距離の変化量を $\varepsilon$ とすれば、 $\varepsilon = \frac{1}{z} \int_0^z \theta^2 dz$  であり、式(10)を代入し積分を施して、 $\varepsilon = \frac{l_0}{4} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & -P \\ -P & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$  ---- (12) とおき、 $P, P'$  を級数展開して  $P = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n P_n P^n$ ,  $P' = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n P_n' P^n$  を求めれば、 $P_n = 2(n+1) a_{n+1}$ ,  $P_n' = 2(n+1) b_{n+1}$  という関係がわかる。

ここで  $P_n = 2(n+1) a_{n+1}$ ,  $P_n' = 2(n+1) b_{n+1}$  という関係がわかる。

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$10^n a_n$	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{63}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{509}{58212}$	$\frac{14617}{6810804}$	$\frac{153221}{286053768}$	$\frac{93589}{694702008}$
$10^n b_n$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{126}$	$\frac{11}{378}$	$\frac{907}{116424}$	$\frac{27641}{13621608}$	$\frac{298183}{572107536}$	$\frac{184671}{1389404016}$

### (2) 接線部材剛性方程式

式(11), (12)を変形して、 $M, \varepsilon$ の微小増分 $\delta M, \delta \varepsilon$ を求めれば、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \delta M_x \\ \delta M_y \end{bmatrix} = \frac{EI}{l_0} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} + \frac{EI}{l_0} \begin{bmatrix} \delta a & \delta b \\ \delta b & \delta a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad \delta \varepsilon = \frac{l_0}{2} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & -P \\ -P & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} + \frac{l_0}{4} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P & -\delta P \\ -\delta P & \delta P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

ここで  $K = EI/l_0$  として  $K \delta a = l_0 \delta N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n a_n P^{n-1} = l_0 P \delta N / 2$ ,  $K \delta b = -l_0 \delta N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n b_n P^{n-1} = -l_0 P' \delta N / 2$

$K \delta P = l_0 \delta N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n P_n P^{n-1} = -l_0 \theta_1 \delta N$ ,  $K \delta P' = l_0 \delta N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n P_n' P^{n-1} = -l_0 \theta_2 \delta N$  とおくことができるので、

$$\begin{bmatrix} \delta M_x \\ \delta M_y \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} + \frac{l_0}{2} \begin{bmatrix} P & -P \\ -P & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \delta N, \quad \delta \varepsilon = \frac{l_0}{2} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & -P \\ -P & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} - \frac{l_0^2}{4K} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 & -\theta_2 \\ -\theta_2 & \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} \delta N$$

が得られる。これを次のように略記する。  $\delta M = K Q \delta \theta + U \delta N$ ,  $\delta \varepsilon = U^T \delta \theta - W \delta N$

また材端力 $N$ の増分は、軸方向力の平均増分と考えられるので、部材の伸び剛性を $EA$ ,  $F_0 = EA/l_0$ として、

$\delta N = F_0 (\delta l + \delta \varepsilon)$  となる。以上により  $F = \frac{F_0}{1 + F_0 W}$  とおいて、接線部材剛性方程式を求めれば、

$$\begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & F U^T \\ F U & K Q + F U U^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta \\ \delta M \end{bmatrix} \text{ のようになり、これを } \delta S_i = k_{ij} \delta \Delta_j \text{ ---- (13) と略記する。}$$

### (3) 非線形部材剛性方程式

先行状態の諸量に $-$ ,  $\bar{\theta}$ の増分に $\Delta$ を付して表わし、 $\Delta M = M - \bar{M}$ ,  $\Delta \varepsilon = \varepsilon - \bar{\varepsilon}$ を求めれば

$$\begin{bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{bmatrix} + l_0 \begin{bmatrix} C & -C' \\ -C' & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \end{bmatrix} \Delta N, \quad \Delta \varepsilon = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_2 & \bar{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & -P \\ -P & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{bmatrix} - \frac{l_0^2}{4K} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_2 & \bar{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 & -\bar{\theta}_2 \\ -\bar{\theta}_2 & \bar{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{bmatrix} \Delta N$$

が得られる。ここで  $C = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n P_{n-1}$ ,  $C' = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n P_{n-1}$ ,  $r = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n P_n P_{n-1}$ ,  $r' = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n P_n' P_{n-1}$ ,  $\beta_0 = 1, \beta_n = \sum P^n \bar{P}^{n-m}$ :  $m=0, 1, \dots$  であり、上の式を次のように略記する。

$$\Delta M = K Q \Delta \theta + U' \Delta N, \quad \Delta \varepsilon = \tilde{U}^T \Delta \theta - W' \Delta N$$

したがって、 $\Delta N = F(\alpha l + \Delta \varepsilon)$   $\tilde{F} = \frac{F}{1 + W' F}$  を用いて、材端力増分

に関する非線形部材剛性方程式を作成すれば、

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{F} & \tilde{F} \tilde{U}^T \\ \tilde{F} U' & K Q + \tilde{F} U' \tilde{U}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta M \end{bmatrix} \text{ が得られる。}$$

### (4) 適合条件式

変形の微小増分と変位の微小増分との関係を表わす線形の適合

条件式は、 $\begin{bmatrix} \delta l \\ \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \alpha l & \beta l & 0 \\ \beta & -\alpha & l \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \\ \delta y_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \alpha l & \beta l & 0 \\ \beta & -\alpha & 0 \\ \beta & -\alpha & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_2 \\ \delta y_2 \\ \delta y_1 \end{bmatrix}$  となる。

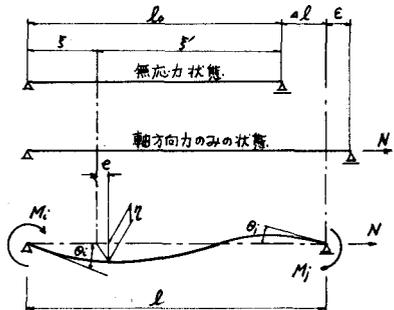


図-3 はりの変形

ここで、 $\delta x, \delta y, \delta \varphi$  は節点の水平、垂直、回転変位の微小増分、 $\alpha, \beta$  は部材軸の水平、垂直軸に関する方向余弦である。なお、この適合条件式を次のように略記する。 $\delta \Delta_{ij} = \alpha_{ij}^T \delta d_i - \beta_{ij} \delta d_j$  ---- (14)

また、先行状態よりの増分に関する非線形の適合条件式は、 $\Delta l = l - \bar{l}$ ,  $\Delta \theta_i = \Delta \varphi_i - \Delta R$ ,  $\Delta \theta_j = \Delta \varphi_j - \Delta R$  (ここで  $\Delta R$  は部材角の増分)

$\Delta R = \tan^{-1} \zeta = \tan^{-1} \frac{\alpha \Delta y - \beta \Delta x}{l - (\alpha \Delta x + \beta \Delta y)} = \sin^{-1} \frac{\alpha \Delta y - \beta \Delta x}{l}$  となり、  

$$\begin{bmatrix} \Delta l \\ \Delta \theta_i \\ \Delta \theta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ \gamma \beta - \gamma \alpha & 1 & 0 \\ \gamma \beta - \gamma \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta \varphi_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ \gamma \beta - \gamma \alpha & 0 & 0 \\ \gamma \beta - \gamma \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_j \\ \Delta y_j \\ \Delta \varphi_j \end{bmatrix}$$
  
 $\alpha = \frac{2l\alpha - \Delta x}{l + \bar{l}}, \quad \beta = \frac{2l\beta - \Delta y}{l + \bar{l}}$   
 $\gamma = \frac{1}{l - (\alpha \Delta x + \beta \Delta y)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\zeta^{2n}}{2n+1}$

(5) 接線剛性方程式

$i, j$  部材端の水平、垂直方向の材端力を  $X_i, Y_i, M_i$ ,  $X_j, Y_j, M_j$  とすれば

$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \alpha l & \beta l & \beta l \\ \beta l & -\alpha l & -\alpha l \\ 0 & l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M_i \\ M_j \end{bmatrix}$  ---- (15) である。したがって微小増分に関して

$\begin{bmatrix} \delta X_i \\ \delta Y_i \\ \delta M_i \end{bmatrix} = \alpha_{ij} \begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M_i \\ \delta M_j \end{bmatrix} + \frac{1}{l} \begin{bmatrix} l^2 \delta \alpha & l \delta \beta - \beta \delta l & l \delta \beta - \beta \delta l \\ l^2 \delta \beta - l \delta \alpha + \alpha \delta l & -l \delta \alpha + \alpha \delta l & -l \delta \alpha + \alpha \delta l \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M_i \\ \delta M_j \end{bmatrix}$  ---- (16),  $\begin{bmatrix} \delta \alpha \\ \delta \beta \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \beta^2 & -\alpha \beta \\ -\alpha \beta & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_i - \delta x_j \\ \delta y_i - \delta y_j \end{bmatrix}$ ,  $\delta l = \alpha(\delta x_i - \delta x_j) + \beta(\delta y_i - \delta y_j)$

と表わされるので  $D_{ij} = [X_i, Y_i, M_i]^T$ ,  $S_{ij} = [N, M_i, M_j]^T$ ,  $\delta D_{ij} = [\delta X_i, \delta Y_i, \delta M_i]^T$ ,  $\delta S_{ij} = [\delta N, \delta M_i, \delta M_j]^T$  のようにおき、部材力パラメータ  $\mu, \nu$  を  $\mu = \frac{N}{l}$ ,  $\nu = \frac{Q}{l} = -\frac{M_i + M_j}{l^2}$  及  $\mu' = \begin{bmatrix} \mu \beta^2 + 2\nu \alpha \beta & -\mu \alpha \beta - \nu(\alpha^2 - \beta^2) & 0 \\ -\mu \alpha \beta - \nu(\alpha^2 - \beta^2) & \mu \alpha^2 - 2\nu \alpha \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  とおけば、式(15), (16) は

$D_{ij} = \alpha_{ij} S_{ij}$ ,  $\delta D_{ij} = \alpha_{ij} \delta S_{ij} + \mu'_{ij} (S_{ij} - \bar{S}_{ij})$  となり、更に式(13), (14) より、接線剛性方程式を構成する  $i, j$  部材の Unit Equation が次のように得られる。 $\delta D_{ij} = (\alpha_{ij} k_{ij} \alpha_{ij}^T + \mu'_{ij}) \delta d_i - (\alpha_{ij} k_{ij} \beta_{ij}^T + \mu'_{ij}) \delta d_j$

なお以上において、 $k_{ij}$  中の先行たわみ角の代わりに、式(11)を利用して先行曲げモーメントを用いてもよく、このとき、式(10) は次のようになる。 $N \theta = -\left(\frac{1}{l_0} - k \frac{ch k \zeta}{\sinh k \zeta}\right) M_i + \left(\frac{1}{l_0} - k \frac{ch k \zeta}{\sinh k \zeta}\right) M_j$

3. 計算例

前節の理論を用いて作成した任意形平面骨組構造物の大変形解析プログラムによる簡単な計算例を示す。

図-5, 6 は、比較的偏平なアーチの計算結果で、アーチを10分割した直線材よりなるものとし、等分布格点荷重と中央点のたわみ、及び水平反力の関係を示したものである。ここで  $u$  は、荷重を無次元化したもので

$u = 50 l^2 \Sigma AP / 384 EI f$  である。計算は、まず、荷重を漸増させながら、 $A_1 \sim A_9$  が求まり、これより荷重を漸減させて  $B_9$  までを求め、つぎに  $A_8$  を先行状態として割線剛性を1回使用して  $C_1$  を得、更に荷重の漸増減により

$C, D$  の各状態を算出した。各段階の反復回数は、下の表に示すように平均約4回である。

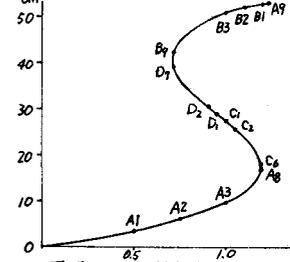


図-5 アーチの荷重変位曲線

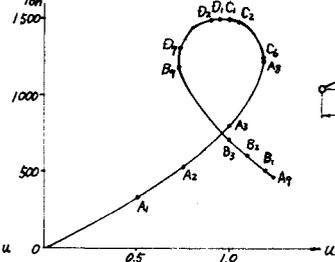
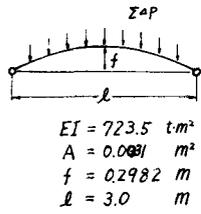


図-6 アーチの荷重水平反力曲線



$EI = 723.5 \text{ tm}^2$   
 $A = 0.0031 \text{ m}^2$   
 $f = 0.2982 \text{ m}$   
 $l = 3.0 \text{ m}$

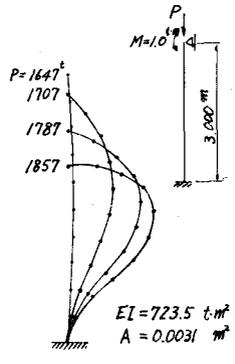


図-7 イラスタカの一例

Step	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	Step	C1	C2	C3	C4	C5	C6
u	0.5	0.75	1.0	1.05	1.10	1.15	1.1667	1.1883	1.2667	u	1.0	1.05	1.10	1.15	1.1667	1.1833
N	4	4	4	4	4	4	4	7	9	N	5	3	3	4	4	7
Step	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	Step	D1	D2	D3	D4	D5	D7
u	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.75	0.7333	0.7167	0.7083	u	0.95	0.9	0.85	0.8	0.75	0.7333
N	3	3	4	4	4	4	4	4	4	N	3	3	3	3	4	3