

日本鉄道建設公団

正員 〇 剣 持 三平

早稲田大学大学院

学生員 岩 崎 三日子

早稲田大学理工学部

正員 堀 井 健一郎

よえがき 各種材料定数の推定に問題があると思われるが、ここでは一応それらがわがっていることを前提として解析法について検討した結果を報告する。

1. 理論の概要 一般的な Clausius - Duhem 不等式は (1) である。ここで内部散逸関数 σ を導入し、自由エネルギー ψ 、エントロピーが弾性ひずみ $\epsilon_{ij}^{(e)}$ 、塑性ひずみ $\epsilon_{ij}^{(p)}$ 、粘弾性ひずみ $\alpha_{ij}^{(e)}$ 、 $\alpha_{ij}^{(p)}$ と温度 θ の関数とすれば、(2) が成り立つ。

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \rho(\dot{\psi} + \eta \dot{\theta}) - \frac{\sigma}{\theta} \geq 0 \quad (1)$$

$$d\sigma_{ij} = E_{ijkl}(d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p) - B_{ij} dT + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \alpha_{ijkl} d\alpha_{kl} = A_{ijkl} d\epsilon_{kl} + B_{ij} dT + C_{ijkl} d\alpha_{kl} \quad (2)$$

エネルギー保存の法則および別の形でエネルギーのつりあいを示す式を次のように表わす。

$$\int_V \rho \dot{u}_i \dot{u}_i dv + \int_V \rho \dot{u}_j \dot{u}_j dv = \int_V \rho F_i \dot{u}_i dv + \int_V \rho \dot{u}_i \dot{u}_i dv \quad (3) \quad \int_V \rho T \dot{\theta} dv = \int_V T \dot{\theta} dv - \int_V T \dot{\theta} dv + \int_V T \dot{\theta} dv \quad (4)$$

要素の節点の変位と温度を (5) で表わし、要素内の任意の点 x_i の変位と温度は形状関数を用いて (6) で近似する。

$$u_n = u_n(x_n); T_n = T(x_n) \quad (5) \quad u_i = \psi_n(x_i) u_n = \psi_n u_n, T = \psi_n(x_i) T_n = \psi_n T_n \quad (6)$$

(3) は (6) で近似され、また Cauchy の公式の増分形および (2) を用いて増分形にすれば

$$\int_V \rho \psi_n \psi_n dv \dot{u}_n + \int_V A_{ijkl} \psi_{n,i} \psi_{n,j} dv d\alpha_{kl} + \int_V B_{ij} \psi_{n,i} \psi_{n,j} dv dT + \int_V C_{ijkl} \psi_{n,i} \psi_{n,j} dv d\alpha_{kl} = \int_V \rho \psi_n dF_i dv + \int_V d\sigma_{ij} \psi_{n,i} dv \quad (7)$$

(4) を増分形にし、(5) から (2) の関係式を代入すれば (3) が成り立つ。(3) を簡略化した式を (4) に表わす。

$$\rho d\dot{\psi} = (B_{ij} \alpha_{ijkl} - B_{ij}) d\epsilon_{ij} + (A_{ij} B_{ij} - \frac{\sigma}{\theta} dT) + B_{ij} \dot{\alpha}_{ijkl} d\epsilon_{kl} + B_{ij} \dot{\alpha}_{ij} dT + (B_{ij} \dot{\alpha}_{ijkl} - B_{ij}) d\alpha_{kl} + B_{ij} \dot{\alpha}_{ij} d\alpha_{kl} \\ = iZ_{ij} d\epsilon_{ij} + Z dT + zZ_{ij} d\epsilon_{ij} + zZ dT + zZ_{ij} d\alpha_{ij} + zZ_{ij} d\alpha_{ij} \quad (8)$$

$$\rho \dot{\eta} = -(B_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{\sigma}{\theta} \dot{T}) = iZ_{ij} d\epsilon_{ij} + Z dT \quad (9) \quad \alpha_{ijkl} = \frac{1}{\theta} A_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{\alpha}_{ij} = \frac{1}{\theta} (\frac{\partial F}{\partial \alpha_{mn}} C_{mn} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}}) dT \quad (10)$$

$$\frac{1}{\theta} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \theta}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{\partial F}{\partial \alpha_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \alpha_{mn}}} \quad (11)$$

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon_{ij}} d\epsilon_{ij} + (\frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}} - \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}}) \alpha_{ij,mn} d\epsilon_{ij} + [B_{mn} (\frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}} - \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}}) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}] dT + [\frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{ij}} + (\frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}} - \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_{mn}}) iZ_{ij,mn}] d\alpha_{ij} \\ = iZ_{ij} d\epsilon_{ij} + Z dT + zZ_{ij} d\alpha_{ij} \quad \text{ただし } iZ_{ij,mn} d\alpha_{ij} = d\alpha_{ij}^2 \quad (12)$$

$$\int_V iZ_{ij} \psi_n \psi_{n,i} (T_0 + \psi_n T_n) dv \cdot d\dot{u}_n + \int_V iZ \psi_n \psi_n (T_0 + \psi_n T_n) dv \cdot d\dot{T}_n + \int_V \psi_n (T_0 + \psi_n T_n) \{ \psi_{n,i} iZ_{ij} dv \cdot d\dot{u}_n + iZ \psi_n dv \cdot d\dot{T}_n \\ + zZ_{ij} \psi_{n,i} dv \cdot d\dot{u}_n + zZ \psi_n dv \cdot d\dot{T}_n + zZ_{ij} d\alpha_{ij} dv + zZ_{ij} d\alpha_{ij} dv \} + \int_V \lambda_{ij} \psi_{n,i} \psi_{n,j} dT dv - \int_V \psi_n iZ_{ij} \psi_{n,i} dv \cdot d\dot{u}_n \\ - \int_V \psi_n zZ \psi_n dv \cdot d\dot{T}_n - \int_V \psi_n iZ_{ij} d\alpha_{ij} dv = \int_V \rho d\sigma_{ij} n_i ds + \int_V \rho \psi_n dF dv \quad (13)$$

$$a_{MN} d\dot{u}_n + b_{MN} d\dot{T}_n + c_{MN} d\dot{u}_n + w_{MN} d\dot{T}_n = dZ_n \quad (14)$$

(7) (4) を領域全体に対して重ねあわせ与えられた境界条件で解けば、熱連成粘弾塑性応力問題は解ける。非連成の場合には (13) 式中 iZ_{ij} ($i=1,5$) が 0 となるので、 $b_{MN} d\dot{T}_n + w_{MN} d\dot{T}_n = dZ_n$ となる。

2. 数値計算例 図 1 に示す要素分割で 15°C に放置された 1x1.55mm の供試体。端に 620°C で 2.5 秒加熱後、15°C に放置する際の供試体の温度分布が図 2 である。ここで実線は川下の解析であり、差分間隔は 0.01 秒である。図 3 は節点番号 1, 6, 9 の各々の経過時間と温度の関係である。弾性係数 E 、線膨張係数 α の温度依存性を考慮して、図 1 の供試体の熱伝導方程式の解を弾塑性プログラムに Input した結果が図 4 である。ただし、境界条件は長手方向にのみ移動可とした。図 5 は左端の要素の各温度に対する応力である。なお点線は上述の温度による軟化を考慮した場合である。図 6 は残留応力である。実線は E 、 α の温度依存性を考慮したものであり、点線はしないものである。

図-1

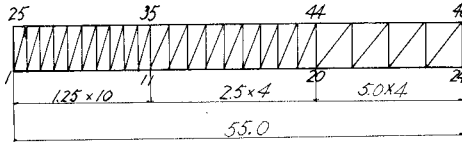


図-4

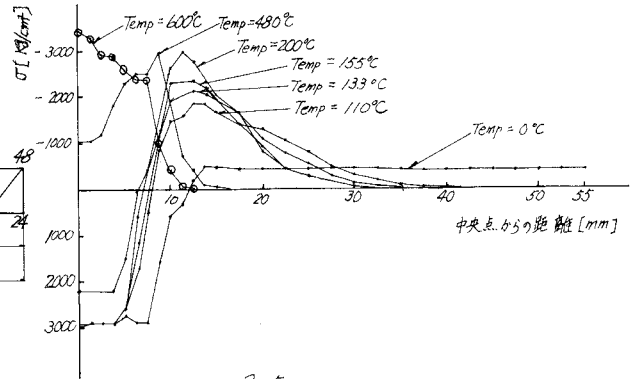


図-2

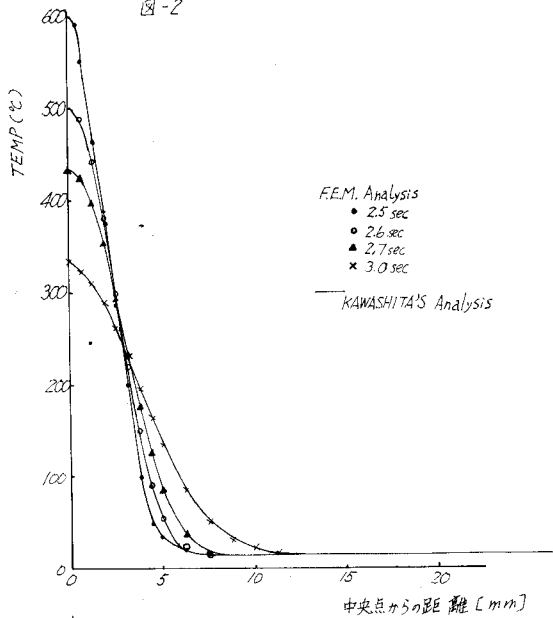


図-5

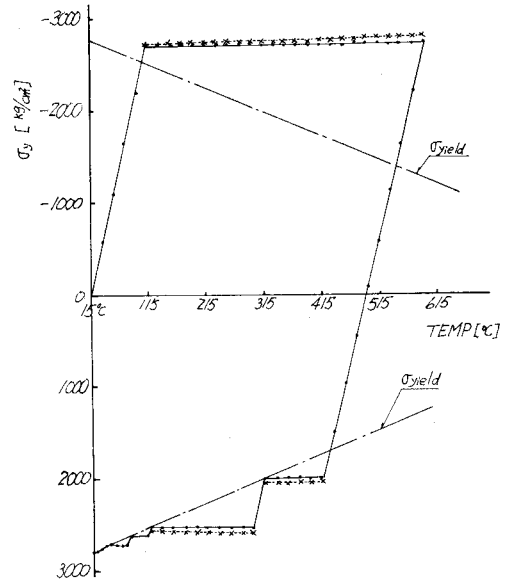


図-3

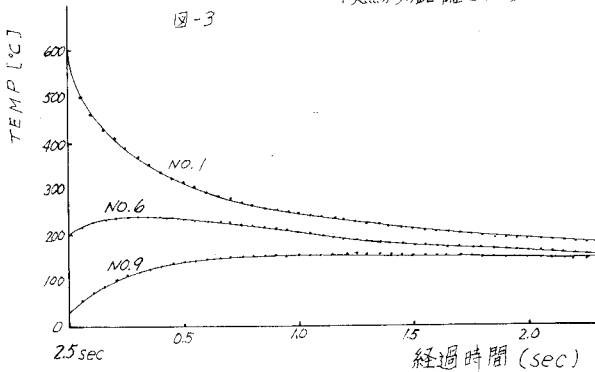
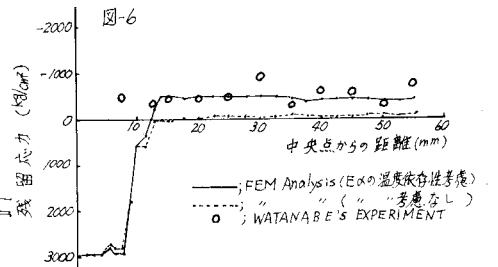


図-6



この研究には三菱重工 森 繁 氏の協力があつたことと付記し深甚なる謝意を表する。