

北海道大学工学部 正員 能町純雄
室蘭工業大学 正員 松岡健一
苫小牧工業高等 正員 沢田知之

1. まえがき

本稿は、最近よく用いられている構造物の基礎施工などにおける土留、又は山留めおよび岸壁等に用いられるタイ・ロッドを有する矢板構造についての考察を取り上げたものである。筆者らは、先に、軸方向にヒンジで結合された棒状要素の応力解析について⁽¹⁾、矢板の側方不安定構造について⁽²⁾、矢板の側方座屈について⁽³⁾等を発表しているが、この理論を拡張して解析を進めたものであり、各々矢板は剛性を保ち、節点はヒンジ結合されているとし、曲げ及び捩りモーメントのつり合いから、変位と軸廻りの回転変位を求め、ヒンジ接合点での力のつり合いを満足するように誘導された、微分差分方程式に、フーリエ定和分変換、及びフーリエ変換を行ない、境界条件を満足するように境界値を定めて、必要とする節点変位、および断面力を得る。

2. 基本式の誘導

図-1の一般図に示す如く、矢板長 l の内、天端より x_0 の点にタイ・ロッドがあり、矢板長 l の内 l_1 までは、三角分布土圧の作用する棒状要素として解き、 l_2 の部分は受働土圧が作用する故、主働土圧と受働土圧の差を等分布とした弾性床上の梁として解析を進め、 l_1 と l_2 との連続の条件によって境界値を決定する。

2-1 根入れより上の部分

シートパイル要素の鉛直方向の曲げと捩りから

$$\frac{EI}{4}(\Delta^2 \ddot{w}_r(x) + 4 \ddot{w}_r(x)) + \frac{GJ}{\lambda^2} \Delta^2 \ddot{w}_r(x) = P \quad (1)$$

$$P = P_{Tie} + P_{Soil}$$

タイ・ロッドを固定する水平方向はりにおける三連モーメント式から

$$P_{Tie} = \frac{\Delta^2 M_{r-1}}{\lambda} - K w_1^0 \quad (2)$$

$$\frac{\lambda^2}{6EI_0} (6M_r^0 + \Delta^2 M_{r-1}^0) = -\Delta^2 w_1^0 \quad (3)$$

よって(1)、(2)、(3)式に Fourier-Sine 定和分変換、及びフーリエ変換を施す。次に(2)、(3)の関係を(1)に代入し、 $\ddot{w}_i(x)$ について整理を行ない、次の様な Fourier-Sine 逆変換を行なうと(4)式として示される。

$$\begin{aligned} \therefore \ddot{w}_i(x) &= \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{w}_i(x) \cdot \sin \frac{n\pi x}{l_1} \\ &= \left(1 - \frac{x}{l_1}\right) \ddot{w}_i(0) + \frac{\pi}{l_1} x \ddot{w}_i(l_1) + \left(\frac{l_1}{\pi a}\right)^2 \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{l_1} x}{\sinh \pi a} - \frac{x}{l_1}\right) \ddot{w}_i(l) + C \cdot F_1 \phi(x, x) \ddot{w}_1^0 + C \cdot L(x) \cdot P_{Soil} \end{aligned} \quad (4)$$

$$a = \sqrt{A}, \quad A = \frac{GJ l_1^4 4}{EI \lambda^2 \pi^2 (4 - \alpha^2)}, \quad C = \frac{l_1^4 8}{EI (4 - \alpha^2) \pi^4}$$

$$\phi(x, x) = \begin{cases} \frac{x(l-x_0)}{l_1} - \frac{\sinh \pi a x \sinh \pi a (1 - \frac{x_0}{l_1})}{\pi a \sinh \pi a} & x \leq x_0 \\ \frac{(l_1 - x)x_0}{l_1} - \frac{\sinh \pi a x \sinh \pi a (1 - \frac{x}{l_1})}{\pi a \sinh \pi a} & x \geq x_0 \end{cases} \quad (5)$$

$$L(x) = \frac{\pi^2 x (l^2 - x^2)}{6 l^3} + \frac{\pi^2}{a^2 \pi^2} \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{l_1} x}{\sinh \pi a} - \frac{x}{l_1} \right) \quad (6)$$

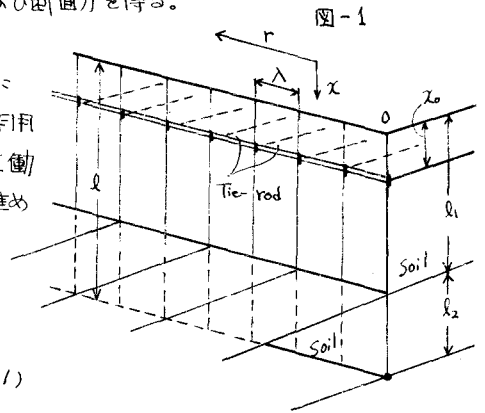


図-1

2-2 根入れの部分

土の相互作用がバネを介して行なわれると考えると

$$\frac{EI}{4}(\Delta^2 \ddot{w}_r(x) + 4\ddot{w}_r(x)) + \frac{GJ}{\lambda^2} \Delta^2 \ddot{w}_{r-1} + \frac{K_0}{6\lambda^2}(\Delta^2 w_{r-1} + 6w_{r-1}) = 0 \quad (7)$$

よて 2-1 に準じて上式に Fourier-Sine 定積分変換, 7-1 に変換を施し, 今 l_2 なる根元で岩盤等に達し, Hinge 状態であると仮定すると, $\ddot{w}_{i2}(l_2) = 0$, $\ddot{w}_{i2}(l_2) = 0$, であるから, これにより整理し, Fourier-Sine 逆変換を行なうと, 次の如く示される。

$$\therefore \ddot{w}_{i2}(x) = -\frac{1}{2\alpha\beta} \frac{l_2^4}{\pi^2} P(\xi) \cdot \ddot{w}_{i2}(0) + \left\{ Q(\xi) - \frac{D}{4} (\alpha^2 \beta^2) P(\xi) \right\} \cdot \ddot{w}_{i2}(0) \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{D + 2\sqrt{E}}, \quad \beta = \frac{1}{2} \sqrt{2\sqrt{E} - D}, \quad D = \frac{l_2^2}{\pi^2} \frac{GJ D_0}{EI \lambda^2 (1 - \frac{D_0}{4})}, \quad E = \frac{l_2^4}{\pi^4} \frac{K_0 (1 - \frac{D_0}{4})}{EI \lambda^2 (1 - \frac{D_0}{4})}$$

$$P(\xi) = \frac{\sinh \alpha \pi (2 - \xi) \cdot \sin \beta \pi \xi - \sinh \alpha \pi \xi \cdot \sin \beta \pi (2 - \xi)}{\cosh 2\alpha \pi - \cos 2\beta \pi} \quad (9) \quad \xi = \frac{x}{l_2}$$

$$Q(\xi) = \frac{\cosh \alpha \pi (2 - \xi) \cdot \cos \beta \pi \xi - \cosh \alpha \pi \xi \cdot \cos \beta \pi (2 - \xi)}{\cosh 2\alpha \pi - \cos 2\beta \pi} \quad (10)$$

3. 境界条件と連続条件

根入れ部とその上部との境目における連続条件は次の4式で示される。

$$\ddot{w}_{i1}(l_1) = \ddot{w}_{i2}(0) \quad (11) \quad \ddot{w}_{i1}(l_1) = \ddot{w}_{i2}(0) \quad (12)$$

$$\ddot{w}_{i1}(l_1) = \ddot{w}_{i2}(0) \quad (13) \quad \ddot{w}_{i1}(l_1) = \ddot{w}_{i2}(0) \quad (14)$$

境界条件としては, $x = x_0$ でタイロッドの変位 $\ddot{w}_0$ と矢板の変位 $\ddot{w}_{i1}(x_0)$ が等しいことと, $x = 0$ なる天端での剪断力はないという2条件式が次に示される。

$$\ddot{w}_{i1}(x_0) = \ddot{w}_0 \quad (15)$$

$$\frac{EI}{4}(\Delta^2 \ddot{w}_{r-1}(x) + 4\ddot{w}_{r-1}(x)) + \frac{GJ}{\lambda^2} \Delta^2 \ddot{w}_{r-1}(x) = 0 \quad (16)$$

以上の条件式により境界値を知り得る, 故に, 次式に示す Fourier-Sine 定積分逆変換公式により, 変位も知ることが出来る。

$$w_{r1}(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{w}_{i1}(x) \sin \frac{n\pi}{l_1} x \quad (17) \quad w_{r2}(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{w}_{i2}(x) \sin \frac{n\pi}{l_2} x \quad (18)$$

4. 数値計算例

今, $l = 5\text{m}$, $l_1 = 3\text{m}$, $l_2 = 2\text{m}$, $\lambda = 50\text{cm}$, $K = 100\text{kg/cm}$
 $K_0 = 3\text{kg/cm}$, $E = 2,100,000\text{kg/cm}^2$, $I = 4.1667\text{cm}^4$, $G = 800,000\text{kg/cm}^2$
 $J = 16.667\text{cm}^4$ として $\lambda = 1$ における変位および, モーメントを求め, 図-2, 図-3に示す。尚, 土の内部摩擦角は 30° とした。

5. 参考文献

S.G. Nomachi : A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration. (The Transcript from the Memories of the Muroran Institute of Technology Vol.5, No.2)

(1) 能町・松岡・沢田 : スパコン何のコンテに結合された棒状要素による面構造の応力について (土木学会第25回年次学術講演会講演集)

(2) 能町・松岡・沢田 : 矢板の側方土 構造解析について (土木学会 北海道支部 研究発表会論文集第29号)

(3) 能町・松岡・沢田 : 矢板の側方土圧について (土木学会第27回年次学術講演会講演集)

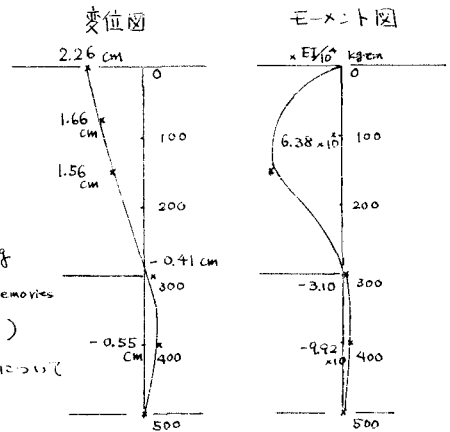


図-2

図-3