V-43　　コンクリート合成桁の遅れ変形応力特性

北海道大学　正員　○奈 良 久

〃　　〃　　角田与史雄

1. まえがき

材令の異なる新旧鉄筋コンクリート断面よりなる合成桁は遅れ変形が生ずるとき、鉄筋の拘束作用、新旧コンクリートの品質の違いによって応力の再分配が行なわれるので、これらの特性を知ることが安全性を評価する上で重要である。本研究はコンクリート合成桁の遅れ変形応力厳密解の式(文献(1))を導き、2径間連続合成桁の場合についてその特性を調べたものである。

2. 2径間連続合成桁の遅れ変形による応力の解法

(Fig.1に示す2径間連続桁について解く。以下添字φは新コンクリートのクリープ係数がφなる時、∞はクリープ終了時、0はクリープ開始時の値であることを示す。ただし、X_φ, X_ωは支点発生不静定モーメント)

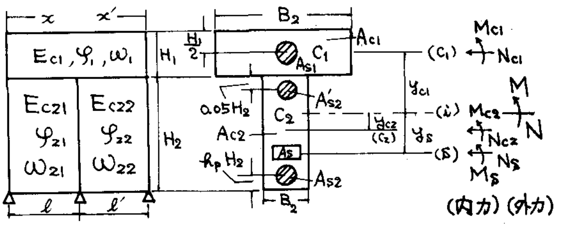


Fig.1

2-1. 計算上の仮定

a) コンクリートのクリープ係数φおよび収縮率ωの経時変化は相似であり、かつ新旧コンクリート間にも相似関係が成立する。すなわち

新コンクリート；　$\varphi_{1\varphi}=\varphi$,　$\omega_{1\varphi}=\gamma_1\varphi$ の時

旧コンクリート；　$\varphi_{21\varphi}=\alpha_1\varphi$,　$\omega_{21\varphi}=\gamma_{21}\varphi$

$\varphi_{22\varphi}=\alpha_1\alpha_2\varphi$,　$\omega_{22\varphi}=\gamma_{22}\varphi$

ここに　$\gamma_1=\dfrac{\omega_{1\infty}}{\varphi_{1\infty}}$,　$\alpha_1=\dfrac{\varphi_{21\infty}}{\varphi_{1\infty}}$,　$\alpha_2=\dfrac{\varphi_{22\infty}}{\varphi_{21\infty}}$

$\gamma_{21}=\dfrac{\omega_{21\infty}}{\varphi_{1\infty}}=\alpha_1\gamma_1$,　$\gamma_{22}=\dfrac{\omega_{22\infty}}{\varphi_{1\infty}}=\alpha_1\alpha_2\gamma_1$

b) コンクリートの弾性応力－弾性歪は比例する。

c) コンクリートには常にひびわれが生じていない。

d) クリープおよび収縮開始後、鉄筋とコンクリートとの間には平面保持の法則が成立する。

e) 弾性係数E_{c0}, $E_{c\varphi}$, $E_{c\infty}$は次式のような関係にあるものとする。

$E_{c\varphi}=E_{c0}(1+\lambda A)$, ただし $\lambda=\dfrac{\varphi_\varphi}{\varphi_{1\infty}}$, $A=\dfrac{E_{c\infty}}{E_{c0}}-1$

2-2. 応力解法

断面をFig.1に示すように新、旧コンクリート断面(C_1, C_2)および鉄筋断面(S)の3個の要素に分解し、合成断面(i)に作用する力を各要素に作用する力、N_{c1},…,M_{c1},…等に分解し、遅れ変形によって断面内に生ずる2次応力に対して得られる次の連立四元微分方程式(2)を初期条件(12)で解けば遅れ変形応力を得る。

$$\left.\begin{aligned}A_{i\varphi}&=A_{c1}+n_{c2\varphi}A_{c2}+n_{s\varphi}A_s\\ I_{i\varphi}&=I_{c1}+A_{c1}y_{c1\varphi}^2+n_{c2\varphi}(I_{c2}+A_{c2}y_{c2\varphi}^2)+n_{s\varphi}(I_s+A_s y_{s\varphi}^2)\end{aligned}\right\}$$

ただし、
$$n_{c2\varphi}=\frac{E_{c2\varphi}}{E_{c1\varphi}}, \quad n_{s\varphi}=\frac{E_s}{E_{c1\varphi}} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dN_{c1}}{d\varphi}+(1-S_{11})N_{c1}-\alpha S_{21}N_{c2}+t_1M_{c1}+\alpha t_1M_{c2}\\
&\qquad=-(1-S_{11})R_1+S_{21}R_2+t_1\frac{dX_{\varphi+\omega}}{d\varphi}\\
&\frac{dN_{c2}}{d\varphi}-S_{12}N_{c1}+\alpha(1-S_{22})N_{c2}+t_2M_{c1}+\alpha t_2M_{c2}\\
&\qquad=S_{12}R_1-(1-S_{22})R_2+t_2\frac{dX_{\varphi+\omega}}{d\varphi}\\
&\frac{dM_{c1}}{d\varphi}+U_{11}N_{c1}+\alpha U_{21}N_{c2}+(1-Z_1)M_{c1}-\alpha Z_1M_{c2}\\
&\qquad=-U_{11}R_1-U_{21}R_2+Z_1\frac{dX_{\varphi+\omega}}{d\varphi}\\
&\frac{dM_{c2}}{d\varphi}+U_{12}N_{c1}+\alpha U_{22}N_{c2}-Z_2M_{c1}+\alpha(1-Z_2)M_{c2}\\
&\qquad=-U_{12}R_1-U_{22}R_2+Z_2\frac{dX_{\varphi+\omega}}{d\varphi}
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

ここに　$R_1=\gamma_1A_{c1}E_{c1\varphi}$,　$R_2=\gamma_2A_{c2}E_{c2\varphi}$　(3)

$$t_1=\frac{A_{c1}y_{c1\varphi}}{I_{i\varphi}}, \quad t_2=\frac{n_{c2\varphi}A_{c2}y_{c2\varphi}}{I_{i\varphi}} \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned}U_{11}&=\frac{I_{c1}y_{c1\varphi}}{I_{i\varphi}}, & U_{21}&=\frac{I_{c1}y_{c2\varphi}}{I_{i\varphi}}\\ U_{12}&=\frac{n_{c2\varphi}I_{c2}y_{c1\varphi}}{I_{i\varphi}}, & U_{22}&=\frac{n_{c2\varphi}I_{c2}y_{c2\varphi}}{I_{i\varphi}}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$Z_1=\frac{I_{c1}}{I_{i\varphi}}, \quad Z_2=\frac{n_{c2\varphi}I_{c2}}{I_{i\varphi}} \tag{6}$$

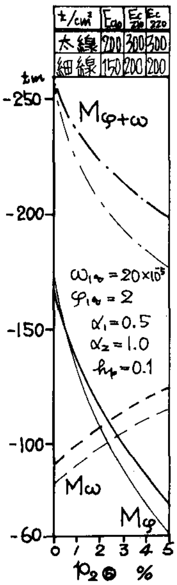
$$\left.\begin{aligned}S_{11}&=A_{c1}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}}+\frac{y_{c1\varphi}^2}{I_{i\varphi}}\right), & S_{21}&=A_{c1}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}}+\frac{y_{c1\varphi}y_{c2\varphi}}{I_{i\varphi}}\right)\\ S_{22}&=n_{c2\varphi}A_{c2}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}}+\frac{y_{c2\varphi}^2}{I_{i\varphi}}\right), & S_{12}&=n_{c2\varphi}A_{c2}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}}+\frac{y_{c1\varphi}y_{c2\varphi}}{I_{i\varphi}}\right)\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

また、
$$\frac{dX_{\varphi+\omega}}{d\varphi}=\frac{dX_\varphi}{d\varphi}+\frac{dX_\omega}{d\varphi} \tag{8}$$

$$\frac{dX_\varphi}{d\varphi}=-\frac{x}{\ell}\frac{(d\theta_\varphi/d\varphi)}{\theta_{11\varphi}}, \quad \frac{dX_\omega}{d\varphi}=-\frac{x}{\ell}\frac{(d\theta_\omega/d\varphi)}{\theta_{11\varphi}} \tag{9}$$

Tab.1

No.	1				2				3				4				5				6			
E_{c10} (t/cm²)	200				200				200				150				150				280			
E_{c210} (〃)	300				250				250				200				200				310			
E_{c220} (〃)	300				250				300				200				300				310			
$\omega_{1\infty}$ ($\times10^{-5}$)	20		15		20		15		20		15		20		15		20		15		20		15	
$p_2$⑤ (%)	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
M_ψ	117	168	129	180	110	169	123	180	114	169	127	180	107	173	118	183	116	173	127	183	110	162	124	175
M_ω	107	91	80	68	106	9(	80	67	106	90	80	67	99	83	74	62	98	83	74	62	118	100	88	75
$M_{\psi+\omega}$	224	259	209	248	217	258	202	247	221	258	206	247	206	256	192	245	214	255	201	245	228	262	213	250
	$\psi_{1\infty}=2$ $\alpha_1=0.5$ $\alpha_2=1.0$ $E_s=2.1\times10^6$ (kg/cm²)																							



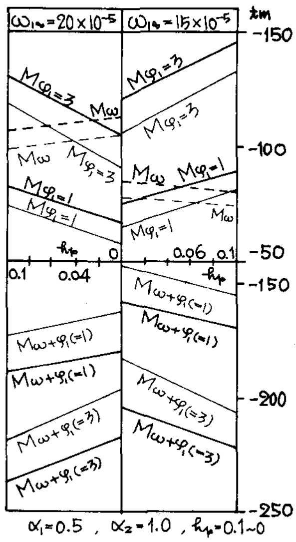


Fig.2

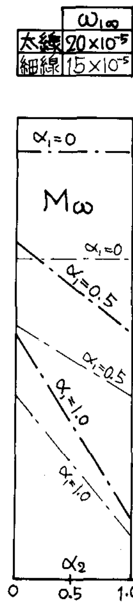
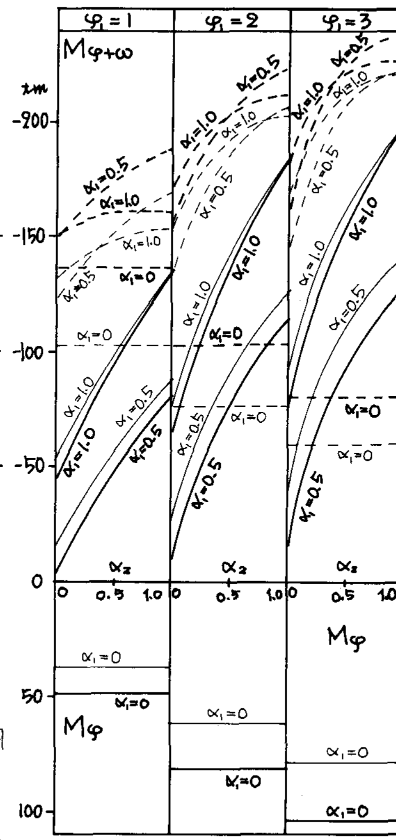


Fig.3



ここに
$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{d\theta_\varphi}{d\varphi} &= \sum\int_0^l \frac{(dM_{s\varphi}/d\varphi)}{E_sI_s}\cdot\frac{x}{l}\,dx \\
\frac{d\theta_\omega}{d\varphi} &= \sum\int_0^l \frac{(dM_{s\omega}/d\varphi)}{E_sI_s}\cdot\frac{x}{l}\,dx
\end{aligned}
\right\} \quad (10)
$$

ここで、$\theta_{1\varphi}$は不静定モーメント$X=1$によって支点上に生ずるたわみ角を表わし、また，$dM_{s\varphi}$,$dM_{s\omega}$ は次のようにして求められる。

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{dN_{s\varphi}}{d\varphi} &= -\frac{dN_{c1\varphi}}{d\varphi} - \frac{dN_{c2\varphi}}{d\varphi} \\
\frac{dM_{s\varphi}}{d\varphi} &= \frac{dN_{c1\varphi}}{d\varphi}y_{c1\varphi} + \frac{dN_{c2\varphi}}{d\varphi}y_{c2\varphi} + \frac{dN_{s\varphi}}{d\varphi}y_{s\varphi} - \frac{dM_{c1\varphi}}{d\varphi} - \frac{dM_{c2\varphi}}{d\varphi}
\end{aligned}
\right\} \quad (11)
$$

初期条件は、 $\varphi=0$ で $N_{c1}=N_{c10}$,$N_{c2}=N_{c20}$,$M_{c1}=M_{c10}$,$M_{c2}=M_{c20}$ (12)

3、中間支点発生不静定モーメントの特性

$l=l'=24$m，$B_1=200$cm，$H_1=18$cm，$B_2=50$cm，$H_2=160$cm，各断面におけるA_{s1}, A_{s2}, A'_{s2}の割合は死荷重満載状態におけるスパン l の単純桁の曲げモーメントによってA_{s2}, A'_{s2} を，2径間連続桁としての曲げモーメントによってA_{s1}を決定し、中央点(スパン毎の)の鉄筋量$p_2$⑤に比例してA_{s1}, A_{s2}, A'_{s2}も増減するものとし、単純桁としての曲げモーメントによる応力を初期応力とした。また，$E_{c1\infty}=300$ t/cm²，$E_{c21\infty}=E_{c22\infty}=330$ t/cm²，$E_s=2.1\times10^6$ kg/cm² である。2径間連続合成桁(単純桁を架設後現場で上部にスラブを打つ場合)の遅れ変形応力特性は、中間支点に発生する不静定モーメントによって支配されるので、ここでは上述の仮定により、北大大型計算機センターFACOM230-60により、$\varphi_1=0\sim\varphi_{1\infty}$も直線変化とみなし10分割して(2)式の数値積分を行なって得られた結果、Tab.1, Fig.1～3を示す。

文献(1) 北海道大学工学部研究報告第68号