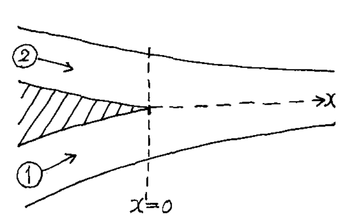
Ⅳ-59　高速道路合流部の交通流モデル

京都大学工学部　正　明神 証

道路の分合流部では一般に，交通流の分岐・交差・合流がおこるために速度低下や交通渋滞を生ずるのであるが，このような現象の程度は，この部分の幾何構造の他に上流からの交通流の状態によって左右される。高速道路合流部は，ランプからの合流部と本線同志の合流部とに大別されよう。ランプからの合流部の交通流についてはたとえば，待ち合せ理論の応用やシミュレーション等によるアプローチが従来から多くなされており，容量の推定，合流部の設計・運用上幾多の成果をあげているようである。これに対し，本線合流部その中でもいわゆるY型合流部については比較的研究例が少ないようである。本文は，Y型合流部における交通現象を圧縮性流体の流れにアナロジーしてモデル化しようとするものである。

図−1に示したように，ノーズ端から下流にむかってx座標をとる。わが国においては，たとえばノーズ端 $x=0$ より上流部では各2車線で，下流部では2車線に漸縮するという形が採用されることが多く，また上流側においてはそれぞれの交通流は大部分外側車線上を流れているのであるが，ここでは基礎的なモデル設定のためにつぎのように単純化する。すなわち，④上流側では車線区分がなく，回したがって交通流は断面上を一様に流れている。



図−1　Y型合流

以下でもちいる記号を列記しておく。

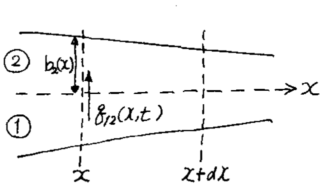
$q_i(x,t)$ = 断面x，時刻tにおける交通量，$k_i(x,t)$ = 同じく密度，但し断面x上単位巾当り平均密度，$u_i(x,t)$ = 同じく平均速度，$p_i(x,t)$ = 同じく単位巾当り平均圧力，$b_i(x)$ = 断面xにおける巾員，$q_{12}(x,t)$ = 断面x，時刻tにおいて①から②へ移る交通量．（i＝①，②）

$q_{12}(x,t)$ は，たとえば図−2の下側①の交通密度が上側②にくらべて大きい場合には①から②へ移って走行する車が多くなるものと考え，これによって生ずる合流による上側②の速度低下を説明するために導入したものである。

上側②の部分で，微小区間 dx についての連続の式は

$$\int_t^{t+dt}\left\{q_2(x,y)-q_2(x+dx,y)+\int_x^{x+dx}q_{12}(z,y)\,dz\right\}dy$$

$$=\int_x^{x+dx}\left\{k_2(z,t+dt)-k_2(z,t)\right\}b_2(z)\,dz$$



図−2　①から②への流れ $q_{12}(x,t)$

すなわち，流れ方向の微小区間 dx を通って①から②へ流れる交通量は，$\int_x^{x+dx}q_{12}(z,t)dz$ であるから，左辺はx軸と断面xおよび $x+dx$ とで囲まれた部分における交通量の増加分，右辺はこの部分の密度の増加分である。上式から次式を得る。

$$\frac{\partial q_2(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial k_2(x,t)b_2(x)}{\partial t}=q_{12}(x,t) \qquad (1)$$

運動方程式はつぎのようになる。まず，時刻tにおいて $x\sim x+dx$ 間の台数は $\int_x^{x+dx}k_2(z,t)b_2(z)dz$，断面xにおける流れ方向の速度 u_2 の変化（加速度）は $Du_2/Dt=\partial u_2(x,t)/\partial t+u_2(x,t)\cdot\partial u_2(x,t)/\partial x$ である。考えている微小部分に作用する力として，圧力 $P_2(x,t)$ ともう一つの力 $\tau(x,t)$ を考える。圧力 $P_2(x,t)=p_2(x,t)b_2(x)$ で，これは断面xにおける全圧であるが，しかしながらこの圧力の交通流の中での意味づけは

困難である。ここでは密度の大きい流れでは圧力が高いというように考えておく。もう一つの力 $\tau(x,t)$ についてはつぎのように考える。図-2において，下側①と上側②との間にたとえば速度差がある場合，たとえば，$u_2 > u_1$ の場合，あるいは $k_1 > k_2$ の場合，q_{12} なる流れを生じると考えたのであるが，①から②へのこのような流れの移動はその境界線（x 軸）上においてあたかも相対速度を減少させ速度を一様化するむきに作用する力の存在を仮想する理由を与えるように思われる。ここでは，このような力を $\tau(x,t)$ で表わし，これを流体力学にならって剪断力とよんでおくこととする。この力の符号は，図-3のむきを正とする。なお，下側①は $-\tau$ の力をうけている。図-3から②の微少部分に働らく力は $\{-\partial P_2(x,t)/\partial x\}dx-\int_x^{x+dx}\tau(z,t)dz$，（ただし，$P_2=p_2b_2$）である。以上により，運動方程式は

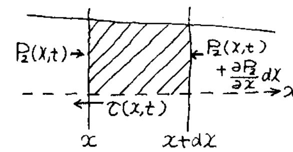


図-3 微小部分に働らく力

$$\int_x^{x+dx}k_2(z,t)b_2(z)dz\cdot\left\{\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t}+u_2(x,t)\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}\right\}=-\frac{\partial p_2(x,t)b_2(x)}{\partial x}dx-\int_x^{x+dx}\tau(z,t)dz$$

この式から次式を得る。

$$\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t}+u_2(x,t)\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}=-\frac{1}{k_2(x,t)b_2(x)}\left\{\frac{\partial p_2(x,t)b_2(x)}{\partial x}+\tau(x,t)\right\} \qquad (2)$$

ただし，上式では平均流れの方向を x 軸の方向に一致するものとして近似的にとり扱っている。圧力 $P_2=p_2b_2$ の意味づけは困難であるが，ここではこれを密度の関数と考えてつぎのように仮定する。

$$p_2(x,t)=\alpha\{k_2(x,t)\}^n \qquad (3)$$

また，

$$q_2(x,t)=k_2(x,t)b_2(x)u_2(x,t) \qquad (4)$$

下側①についても式(1)~(4)と同様の式がえられるから，q_{12} および τ の形を与えれば，u_i, k_i あるいは q_i（$i=1,2$）がえられる。ただし，$b_i(x)$ は合流部巾員により定まる関数である。q_{12} の形としては，密度，速度などの関数であると考えられ，種々の形のものがあるであろうが，ここでは比較的簡単なものとして直感的に，

$$q_{12}(x,t)=\beta\{k_1(x,t)-k_2(x,t)\} \qquad (5)$$

を仮定する。この関数形についてはなお検討の余地がある。つぎに，剪断力 τ については，①から②への移動量 q_{12} に比例しかつ①，②間の速度差に比例する形が直感に合うように思われるので次式を仮定する。

$$\tau(x,t)=\gamma q_{12}(x,t)\{u_2(x,t)-u_1(x,t)\} \qquad (6)$$

以上を整理して結局次式を得る。ただし，式(3)で $n=1$ を仮定している。

$$\frac{\partial}{\partial x}\{k_i(x,t)b_i(x)u_i(x,t)\}+\frac{\partial}{\partial t}\{k_i(x,t)b_i(x)\}=-\beta\{k_1(x,t)-k_2(x,t)\},\quad i=1,2 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t}+u_i(x,t)\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}=-\left[\alpha\frac{\partial k_i(x,t)b_i(x)}{\partial x}-\beta\gamma\{k_1(x,t)-k_2(x,t)\}\{u_2(x,t)-u_1(x,t)\}\right]\Big/k_i(x,t)b_i(x) \qquad (8)$$

定常な流れについて上式はつぎのようになる。

$$\frac{dK_1}{dx}=\beta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{(1-\gamma)u_1+\gamma u_2\}\Big/(\alpha-u_1^2),\quad \frac{dK_2}{dx}=-\beta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{(1+\gamma)u_2-\gamma u_1\}\Big/(\alpha-u_2^2),\quad K_i=k_ib_i$$

$$\frac{du_1}{dx}=-\beta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{\gamma u_1(u_2-u_1)+\alpha\}\Big/K_1(\alpha-u_1^2),\quad \frac{du_2}{dx}=\beta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{\gamma u_2(u_2-u_1)+\alpha\}\Big/K_2(\alpha-u_2^2)$$

ここでさらに，$u_i/\sqrt{\alpha}=U_i$，$\beta/\sqrt{\alpha}=\theta$ とおくと次の解を得る。

$$\frac{dK_1}{dx}=\theta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{(1-\gamma)U_1+\gamma U_2\}\Big/(1-U_1^2),\quad \frac{dK_2}{dx}=-\theta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{(1+\gamma)U_2-\gamma U_1\}\Big/(1-U_2^2) \qquad (9)$$

$$\frac{dU_1}{dx}=-\theta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{\gamma U_1(U_2-U_1)+1\}\Big/K_1(1-U_1^2),\quad \frac{dU_2}{dx}=\theta\left(\frac{K_1}{b_1}-\frac{K_2}{b_2}\right)\{\gamma U_2(U_2-U_1)+1\}\Big/K_2(1-U_2^2) \qquad (10)$$

θ および γ を適当に仮定して数値計算を行ない，K_i, U_i あるいは q_i を求めることができる。θ，γ の値の妥当性は計算結果を観測値によってチェックすることによって吟味されよう。本研究は，交通工学研究会の合流部交通現象委員会に負うところが大きい。米谷栄二委員長はじめ委員の方々に謝意を表する次第である。