

### III-108 マトリックス法による杭の非線型解析

法政大学 正員 山門 明雄

〃 大地 羊三

〃 ○岸田 錦弘

#### 1. 内容と考察

杭の計算モデルは図-1のように杭を分割し、各節点に集中バネを考慮するものとする。通常用いられている変形法での平面構造物の解式は(1)式のように表わされる。

$$D K D^T \delta = P \quad (1)$$

$D K D^T$ : 平面構造物の剛性マトリックス

$\delta$ : 変位ベクトル

$P$ : 外力ベクトル

水平方向に作用する杭面反力  $p_h (\text{kg}/\text{cm}^2)$  は、水平方向変位  $\delta_x (\text{cm})$  の  $l$  条に比例する関数で表わすことができるとすれば次のようになる。

$$p_h = R_h \cdot \delta_x^l \quad (2)$$

$R_h$ : 水平方向地盤反力定数 ( $\text{Kg}/\text{cm}^{2+l}$ )

杭幅を  $B (\text{cm})$  とすれば水平方向の土の反力を表す定数  $E_x (\text{Kg}/\text{cm}^{1+l})$  は次のようになる。

$$E_x = B \cdot R_h \quad (3)$$

図-2のように  $i-1$  節点にみける  $E_x$  を  $E_{x,i-1}$ 、 $i$  節点にみける  $E_x$  を  $E_{xi}$  とし、その間には線型に変化するものとする。この分布バネをこれと等価な節点ごとの集中バネにあきかえたときの水平方向集中バネ定数  $E'_{xi} (\text{Kg}/\text{cm}^l)$  は次のようになる。

$$E'_{xi} = \frac{1}{2} \cdot E_x (L_{i-1} + L_i) \quad (4)$$

次に鉛直方向の杭周摩擦力  $f (\text{kg}/\text{cm}^2)$  は、鉛直方向変位  $\delta_y (\text{cm})$  の  $m$  条に比例する関数で表わせるとすれば次のようになる。

$$f = C_s \cdot \delta_y^m \quad (5)$$

$C_s$ : 杭周摩擦抵抗定数 ( $\text{Kg}/\text{cm}^{2+m}$ )

したがって杭の周長を  $U (\text{cm})$  とすれば、鉛直方向の土の反力を表す定数  $E_y (\text{Kg}/\text{cm}^{1+m})$  は次のようになる。

$$E_y = U \cdot C_s \quad (6)$$

鉛直方向の集中バネ定数  $E'_y (\text{Kg}/\text{cm}^m)$  は水平方向と同様に次式で書ける。

$$E'_y = \frac{1}{2} \cdot E_y (L_{i-1} + L_i) \quad (7)$$

また杭先の地盤反力  $p_{tip} (\text{kg}/\text{cm}^2)$  は、杭先変位  $\delta_{y tip} (\text{cm})$  の  $n$  条に比例する関数で表わすことができるとすれば次式となる。

$$p_{tip} = R_{tip} \cdot \delta_{y tip}^n \quad (8)$$

$R_{tip}$ : 杭先地盤反力定数 ( $\text{Kg}/\text{cm}^{2+n}$ )

杭先面積を  $A_{tip} (\text{cm}^2)$  とすれば、杭先集中バネ定数  $E'_{tip} (\text{Kg}/\text{cm}^n)$  は次式で表わせる。

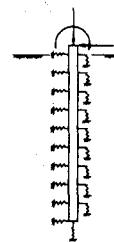


図-1

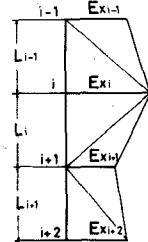


図-2

Test pile	A	
Outside diameter (mm)	600	600
Thickness (mm)	12	10
Cross-sectional area (cm <sup>2</sup> )	246.1	209.8
Perimeter (cm)	198	198
Area of tip (cm <sup>2</sup> )	282.7	282.7

表-1

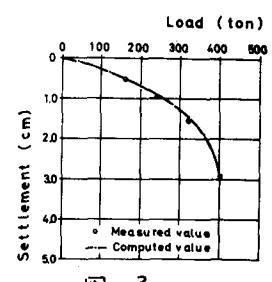


図-3

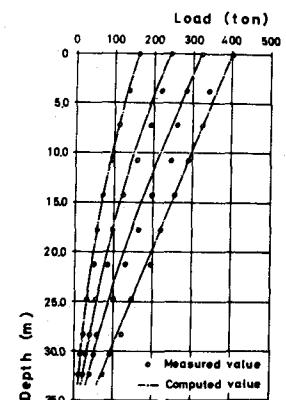


図-4

$$E'_{tip} = A_{tip} \cdot k_{x tip} \quad (9)$$

i節度の土に生ずる水平方向の反力  $R_{xi}(kg)$  および鉛直方向の反力  $R_{yi}(kg)$  は、 $R_{xi} = -E'_{xi} \delta_{xi}^l$ ,  $R_{yi} = -E'_{yi} \delta_{yi}^m$  となる。また杭先の反力  $R_{y tip}(kg)$  は、 $R_{y tip} = -E'_{tip} \cdot \delta_{y tip}^m$  となる。これらを(1)式の左辺、ベクトル  $\bar{P}$  に加えなければならぬが、 $\bar{P}$  と分離して左辺に移項すれば杭の解式は(10)式となる。

$$DKD^T \bar{\delta} + E_x \delta^l + E_y \delta^m + E'_{tip} \cdot \delta^m = \bar{P} \quad (10)$$

水平方向に亘る篠原久保および連研ハ幡製鐵(株)は大規模な実験結果から杭面反力  $p_h$  は水平方向変位  $\delta_x$  の 0.5 条に比例する関数で表わせるとしている。鉛直方向の杭周摩擦抵抗につりは、水平方向の場合のように議論がなされていらないので杭の鉛直載荷試験の実測結果を紹介し、杭周摩擦力の挙動がどうのよう傾向になつてゐるかを検討する。実例として山形県出羽大橋における鋼管杭載荷試験結果を実測データとして引用することとする。鉛直荷重に対する杭頭沈下量はダイヤルゲージで(図-3)、また地中部の軸力分布を調べるため杭周面にワイヤーストレインゲージを取りつけ測定されてる(図-4)。試験杭の諸元に関するては表-1に示す通りであり、リードプロテクターを考慮したものになつてゐる。土質柱状図は図-5の通りであり、試験杭は厚さの異なる鋼管を接合して使用されてる。変位  $\delta_y$  と杭周摩擦力  $f$  の関係を調べるために、図-3、図-4の測定結果を利用しき各深さで  $\delta_y$  および  $f$  を求め対数目盛にプロットしてみると図-6を得る。変位の小さな間は  $\delta_y$  と  $f$  との間に直線的な関係があるが、この範囲は 0.5 となつてゐる。このようなることから  $f = C_s \delta_y^{0.5}$  で表わせる。しかしながら無制限に成立するものではなく変位の小さな間とそのみ成立し、それ以後は一定値になるような傾向がみられる。このような傾向は篠原久保も指摘してゐる(図-7)。杭先地盤反力  $p_h$  につき篠原・下村は杭先変位の 0.5 条に比例する関数を仮定してゐる。またBCP委員会の実験結果によつても直線になるような傾向がみられる。このようなことを考慮してマトリックスで表示すれば、杭の解式は次式のように表わせられる。

$$DKD^T \bar{\delta} + E' \delta^{0.5} = \bar{P} \quad (11)$$

図-7のよう非線型ベキを処理するには、(11)式につき Newton-Raphson 法で解くこととする。反力の限界値に応する変位  $d(cm)$  (=直線の交点の 2 条) と比較し、その方が大きい場合に図-7の関係を満たすまでパネ定数マトリックス  $E'$  と外力ベクトル  $\bar{P}$  を修正し、再び Newton-Raphson 法で解くことにより逐次計算を行えば解を得ることができる。変位ベクトル  $\bar{\delta}$  が求まれば各断面力を求めることができる。計算例として水平方向に亘しては既に発表してあるので鉛直方向の前述の例を計算することにし、一層系の地盤とし、 $C_s = 0.52 kg/cm^{2.5}$ ,  $d = 0.89 cm$  および  $k_{x tip} = 17.3 kg/cm^{2.5}$  として演算を行った結果を図-3、図-4に示した。

## 2. 結論

(1) マトリックス法による杭の解法は線型非線型を問わず計算することができます。(2) 集中ハニカルを考慮していけることからハニカル定数がいか様に変化しても解を得ることができます。(3) 变断面の杭・総杭の計算も可能である。

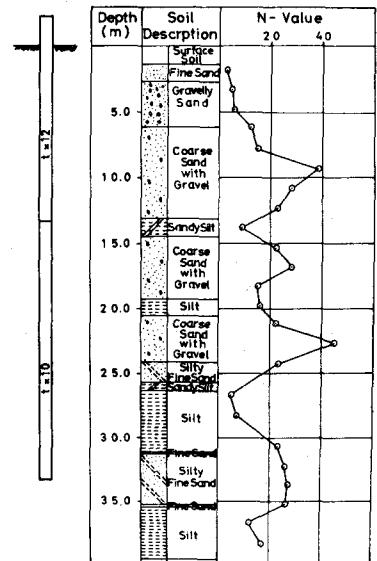


図-5

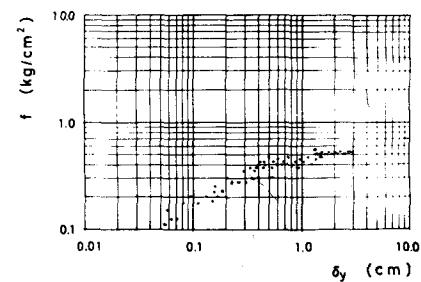


図-6

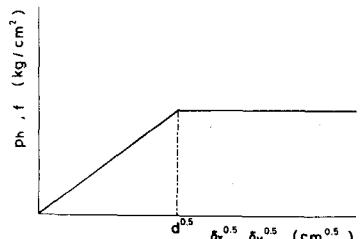


図-7