III-84　振動時の粒状体のセン断強さに関する一考察

東北大学 工学部　　柳沢栄司

1. はしがき

振動時の乾燥砂のセン断強さについては，以前には最上等の研究，Barkanの研究などがあり，最近ではYoudの研究や三軸セン断による柴田等の研究などがある。前二者の研究では粒状体特有のダイレタンシー効果についてはふれられていないので，振動時の強さを静的なセン断特性で説明することができなかった。Youd[2]は振動によって砂が密になることに着目して，振動時の強度減少をダイレタンシーの減少で説明している。しかし，実際にはこのような仮説を否定するようなデータが数多く存在するので，マサツ成分の減少と考えた方がより合理的であると思われる。ここでは特にマクロな立場から振動時の粒状体の一面セン断強さの減少を論ずる。

2. 応力ひずみ関係

一面セン断時の粒状体の体積変化Δとひずみ量εとの関係を模式的に考えて，相対密度D_rをパラメータとしてダイレタンシー特性を表わす式を次のように仮定する。

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} = D_r a \varepsilon^b \exp(-c\varepsilon) - (1-D_r) f \exp(-g\varepsilon) \tag{1}$$

ここでa, b, c, f, gは正の定数で，$0 \leqq b \leqq 1$である。$D_r=1$の時の$\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)$は$\varepsilon = -\frac{b}{c}$で極値をとるが，$D_r=1$の時には極値はない。しかし，$\varepsilon \to \infty$では$\left(d\Delta/d\varepsilon\right)$は$D_r$に無関係に0となる。式(1)を$\varepsilon$について積分すれば，体積変化が求まり

$$\Delta = -\frac{D_r a}{c} \varepsilon^b (-c\varepsilon) + \frac{D_r b a}{c} \int \varepsilon^{b-1} \exp(-c\varepsilon) d\varepsilon + \frac{1-D_r}{g} f \exp(-g\varepsilon) \tag{2}$$

となる。式(2)で$D_r=1$，$b=1$の場合には前報[1]で述べた函数$F(\varepsilon)$に一致する。

$$F(\varepsilon) = (1 - 8\varepsilon) \exp(-p\varepsilon) \tag{3}$$

したがって，式(2)はより一般化されたひずみの関係を与えることがわかる。一方，一面セン断による粒状体の強さは，側面マサツを除いた形で書けば終局強さτ_rとダイレタンシー補正τ_dの和となり次の通り書ける。

$$\tau_f = \tau_r + \tau_d = \sigma \tan\phi_r + \sigma \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau = max} \tag{4}$$

一般化するために式(4)の両辺をσで割り，それぞれの成分のモービライズされる割合を表わす函数$m_r(\varepsilon)$, $m_d(\varepsilon)$を考えて次のように書きかえる。

$$\frac{\tau}{\sigma} = m_r(\varepsilon) \tan\phi_r + m_d \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right) \tag{5}$$

ここで，$m_r(\varepsilon)$, $m_d(\varepsilon)$はそれぞれ$\varepsilon=0$で0および$\varepsilon \to \infty$で1となる関数である。$m_r(\varepsilon)$, $m_d(\varepsilon)$は一般的に求めることは困難であるが，前記の仮定によれば式(1)は$m_d(\varepsilon)\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)$を直接表わすことになる。

$$\frac{\tau}{\sigma} = m_r(\varepsilon) \tan\phi_r + D_r a \varepsilon^b \exp(-c\varepsilon) - (1-D_r) f \exp(-g\varepsilon) \tag{6}$$

上式の諸係数は砂の初期間ゲキ比や構造によって決定される状態量であるが，現在のところ正確な値は求められていない。特に間ゲキ比が大きな時には，初期間ゲキ比や相対密度からこれらの係数が一価的に定まるかどうかさだかではない。

3. 振動時の強度常数

上で述べた如くτ_{max}は振動を受けるとかなり減少する傾向があり，Barkanはこの関係を次の形で示した。

$$\tan\phi = \tan\phi_{min} + (\tan\phi_{st} \cdot \tan\phi_{min})\, e^{-\beta\eta} \qquad (7)$$

ここでηは加速度比，すなわち重力の加速度に対する比率である。しかし実験値の示すところによれば，式(4)のτ_dで示されるダイレタンシー成分はηに無関係に一定値をとることが既に明らかにされている。図-1は金剛砂を用いた場合の応力ひずみ曲線の一例であるが，静的な場合と振動時とで体積変化の大きさもパターンもほとんど差異がないにも拘らずτ_{max}の値にかなりの差がある。よって式(6)に替るものとして次式を考える。

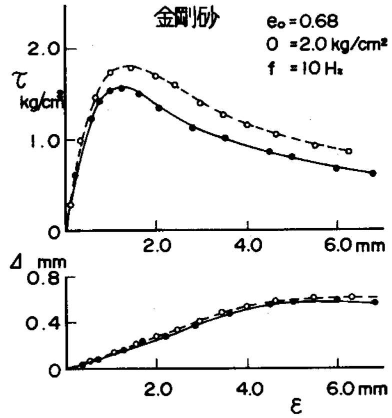

図-1 金剛砂の一面セン断

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_\eta = \tan\phi_r \cdot \exp(-\alpha\eta) + \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right) \qquad (8)$$

この式はτ_rが振動によって小さくなることを意味する。実際アルミニウム粉末のついたガラスビーズでは非常に小さなτ_rの値が観測されている。式(8)を用いた時のαの値は0.05〜0.15くらいである。$(d\Delta/d\varepsilon)$を定数と考えれば，上式を次のように書くこともできる。

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_\eta = \tan[\phi_r \exp(-\alpha_1\eta)] + \beta \qquad (9)$$

ここでβは0.05〜0.2の間の定数である。実用上はダイレタンシーを考慮に入れるよりも全体的な加速度の影響が知られた方が便利であるので，次のように書くべきであろう。

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_\eta = \tan[\phi_r \exp(-\alpha_2\eta) + \beta_2] \qquad (10)$$

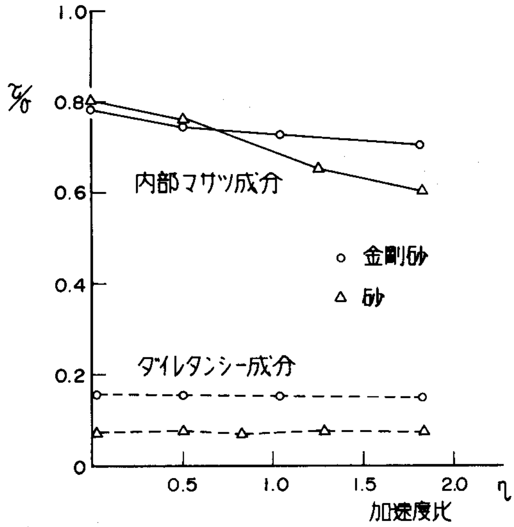

図-2 加速度効果

この時のαの値は式(8)の値にくらべてやや大きめで0.5〜0.18くらいであり，βは10°くらいである。

以上の結果から，振動時の粒状体の一面セン断の特性は次式で近似的に書かれるものと考える。

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_\eta = m_r(\varepsilon)\tan\phi_r \exp(-\alpha\eta) + \{D_r a\varepsilon^b \exp(-c\varepsilon) - (1-D_r) f \exp(-g\varepsilon)\} \qquad (11)$$

4. あとがき

振動時の粒状体の一面セン断特性を説明するため，ある仮定のもとに推論を組みたててみたが，結局，ひずみ量に対する各成分のモービライズ量が，うまく推定できず，定性的な説明に終ってしまった。このモービライゼーションの函数$m_r(\varepsilon)$を実験的に求めることが今後の問題となろう。

参考文献

1) 河上・柳沢他「振動時の乾燥砂のセン断強さについて」 第26回土木学会年次学術講演会講演集(1971)
2) Youd, T.L. "Densification and Shear of Sand During Vibration" Proc. of ASCE. Vol.96 No.SM3 (1970)