

日本鋼管 正員 平 島 徹
 " " O石 井 紘
 " " 荒 田 治

1. ま え が き

一般に地下埋設される石油パイプラインの設計は「石油パイプライン事業の事業用施設の技術上の基準の細目を定める告示」（本稿執筆時未施行）に従って検討を行うことになっている。上記「告示」によると、パイプラインの地震時の応力は地震時の地盤の変位及び、その固有周期に関連して算出される。この場合、パイプラインが比較的単純な地盤に埋設されているなら、合理的かつ簡単な計算により地震時応力を検討できるが、多くの場合は地盤の構成が複雑であるため、単純な一層系として計算する「告示」を適用することには不合理な場合もあると思われる。本報告は多層地盤をセン断型の質点系モデルに置換し、「告示」に準じた速度応答スペクトルを利用し振動解析を行い、多層地盤内に埋設されているパイプラインの地震時の検討を行ったものである。又F・E・Mによっても同様の計算を行い比較検討を行った。

2. 振 動 解 析

一般に質点系の運動方程式は周知のごとく次式で示される。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\{\ddot{z}\} \quad (1)$$

$[M]$: 質量マトリックス (t・sec²/m) $[C]$: 粘性減衰マトリックス (t・sec/m)

$[K]$: 剛性マトリックス (t/m) $\{x\} : \{\dot{x}\} : \{\ddot{x}\}$ 質点変位・速度・加速度ベクトル (m, m/sec, m/sec²)

$\{\ddot{z}\}$: 地震加速度ベクトル (m/sec²)

(1)式を解くには直接積分（ルンゲクッター法、ニューマークβ法等）を行うことにより解析出来るが、本報告においてはスペクトル解析を行うため、モーダルアナリシスにより解析を行なった。

2-1 固有振動解析

モーダルアナリシスを行なうにあたって、まず固有値と固有ベクトルを求めなければならない。それには(1)式において外力の項を零と置き、減衰を無視し、式を整理すると(2)式のような固有方程式が得られる。

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} = \{0\} \quad (2)$$

(2)式を解くため、既存の固有値プログラムを利用する。今、剛性マトリックス $[K]$ が対称でかつ対角項が正の値（通常の剛性マトリックス）であれば、 $[K]$ は上・下三角マトリックスの積に展開出来る。上三角マトリックスを $[U]$ とすると、 $[K] = [U]^T [U]$ となり、(2)式に代入して整理すると(3)式が得られる。

$$(([U]^T)^{-1} [M] ([U])^{-1} - 1/\omega^2 [I]) [U] \{X\} = \{0\} \quad (3)$$

$(([U]^T)^{-1} [M] ([U])^{-1})$ は対称マトリックス、 $[I]$ は単位マトリックスとなり、既存の固有値プログラムを適用出来る。算出された固有値を λ 、固有ベクトルを $\{\phi\}$ とすると、必要な固有値、固有ベクトルは(4)式により求まる。ここに、 ω :固有円振動数 (rad/sec) T :固有周期 (sec) $\{X\}$:固有ベクトル(固有モード)

$$\omega = 1/\sqrt{\lambda} \quad T = \omega/2\pi \quad \{X\} = [U]^{-1} \{\phi\} \quad (4)$$

2-2 応答スペクトル解析

本報告において使用したスペクトルは「告示」に準じた、速度応答スペクトルで、図-1に示す。図-1は減衰定数 $h=0.2$ 地震加速度最大値 $\ddot{Z}_{max}=1000$ galにおける値である。図-1を数式で示せば(5)式の様になる。

$$T \geq 0.5 \text{ sec の時 } \bar{S}_v = 80. \text{ (cm/sec)}$$

$$0.5 > T \geq 0.25 \text{ sec の時 } \bar{S}_v = 112 T^{0.489} \text{ (cm/sec)}$$

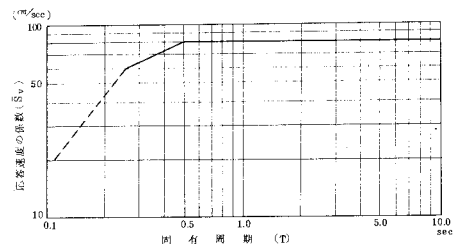


図-1 速度応答スペクトル

$$0.25 \text{ sec} > T \text{ の時 } \bar{S}_v = 325 T^{1.256} (\text{cm/sec}) \quad (5)$$

次に(1)式に対しモーダルアナリシスを利用し、スペクトル解析を行なうと、 i 番目層の変位の最大値は二乗和の平均値により求めると(6)式の様になる。

$$X_{ij} \max = \sqrt{\sum_{j=1}^n [\beta_j X_{ij} T_j S_{vj} / 2\pi]^2} \quad (6)$$

ここに $\beta_j = \sum_{i=1}^n m_i X_{ij} / \sum_{i=1}^n m_i X_{ij}^2$ (刺激係数) X_{ij} : 固有ベクトル T_j : j 次の固有周期

S_{vj} : h_j , T_j に対する速度応答スペクトルの値 (図-1 又は式(5)により求める)

2-3 解析に必要なマトリックスの計算

<質量マトリックス>

質量マトリックスの各項は、図-2を参照にして(7)式より計算される。

$$[M] = \{m_1 \ m_2 \ \dots \ m_i \ \dots \ m_n\} \quad (\text{正方マトリックスの対角項})$$

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \ell_1 \gamma_1 A/g \\ m_i &= \ell_i \gamma_i A/g \\ m_n &= \ell_n \gamma_n A/g \end{aligned} \right\} \quad (7) \quad \left. \begin{aligned} m_i &: i \text{ 番目層の質量 (t} \cdot \text{sec}^2/\text{m}) \\ \ell_i &: i \text{ 番目層の層厚 (m)} \\ \gamma_i &: i \text{ 番目層の単位体積重量 (t/m}^3\text{)} \\ g &: \text{重力の加速度 (9.8 m/sec}^2\text{)} \\ A &: \text{単位面積 (1.0 m}^2\text{)} \end{aligned} \right\}$$

※ FEMの場合は各要素の質量 $1/3$ を各節点に配分する。※

<剛性マトリックス>

剛性マトリックスは、セン断型、質点系の運動方程式より導びかれ(8)の様になる。

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & k_i+k_{i-1}-k_{i+1} & \\ & & & -k_{i+1} & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & -k_n \\ & & & & & & -k_n \quad k_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

k_i : $i-1$ と i 番目質点間のセン断バネ定数 (t/m)

図-3を参照にして、セン断バネ定数を求めてみよう。今、セン断ひずみを θ_i , θ_{i-1} とすると、 $\theta_{i-1} = Q/(G_{i-1}A)$, $\theta_i = Q/(G_iA)$ セン断変位は $\delta = \theta_{i-1} H_{i-1} + \theta_i H_i$ セン断バネ定数は $k_i = Q/\delta$ で定義されるから、結局 k_i は(9)の様になる。

$$k_i = G_i \cdot G_{i-1} A / (H_{i-1} \cdot G_i + H_i G_{i-1}) \quad (9)$$

但し $G_i = \rho_i V_i^2$

今仮に質点を層中央にとったとすると、 $H_i = \ell_i/2$ $H_{i-1} = \ell_{i-1}/2$

となり $k_i = 2 \cdot G_i \cdot G_{i-1} A / (\ell_{i-1} G_i + \ell_i G_{i-1})$

又 k_1 については $\ell_{i-1} = 0$ とおくと $k_1 = 2 G_1 \cdot A / \ell_i$

※FEMの場合はFEMの理論より求まる剛性マトリックス※

FEMにおいては要素を三角形、変位関数は周知の一次式、応

力状態平面ひずみの仮定により計算を行なっている。尚減衰は各モードの減衰定数として与える。($h_j = 0.2$)

3. 計算例

3-1 予備計算

セン断波理論によると一層系地盤の固有周期は、 $T = 4H/V$ (H :層厚(m) V :セン断波速度(m/sec))により表わ

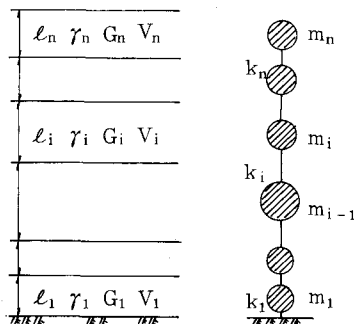


図-2 地層とそのモデル

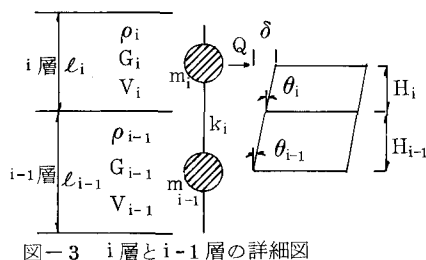
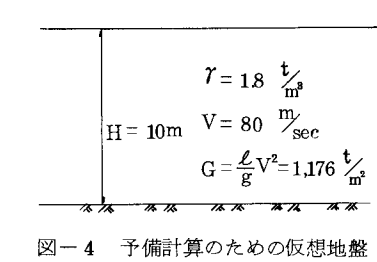


図-3 i層とi-1層の詳細図

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &: \text{セン断ひずみ} \\ G_i &: \text{セン断剛性 (t/m}^2\text{)} \\ H_i &: \text{境界層より} m_i \text{までの距離 (m)} \\ \rho_i &: \text{単位体積質量 (t} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^3\text{)} \\ V_i &: \text{セン断波速度 (m/sec)} \\ \delta &: \text{セン断変位 (単位変位) (m)} \\ Q &: \text{セン断力 (t)} \end{aligned} \right\}$$

される。今図-4に示す一層地盤をセン断モデルにおいては層の分割数，FEMにおいては分割数，分割の仕方により固有周期がどのように変わるかを調べてみた。結果を表-1に示す。セン断モデル，FEM，いずれも分割数が増える」と理論値に近づく。FEMにおいて分割の仕方によっては1次固有周期は全く変化しなかった。

表-1 固有周期の比較表



3-2 実際の地盤における計算例

図-6に示すような実存する地盤について解析してみた。図-7にモデル化した際の諸数値を示す。セン断波の速度は，周辺地盤において板たたき法により実測し，N値と関係づけたグラフ，図-8により求めた。尚スペクトル値 S_v は $\ddot{Z}_{max}=150\text{ gal}$ としたため(5)式で計算される $\bar{S}_v$ に0.15を乗じた値を用いた。計算結果を表-2に示す。

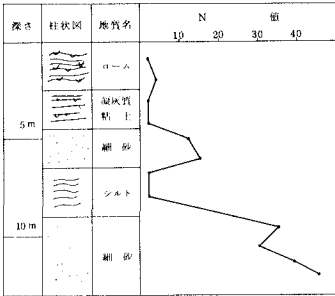


図-6 実際の地盤

4. 結 論

- 1) セン断モデル，FEM，両方法の差はほとんどない。
- 2) 本計算例に示す地盤では，平均的な一層系地層として計算した結果と本方法で計算した結果とで若干の差が生じた。従って多層地盤の場合は動的解析を行う方がより合理的な場合もあると考えられる。
- 3) FEMにおいて要素分別の仕方により1次固有周期は全く変らない。

5. あとがき

FEMにおいて質量マトリックスを仮想仕事法により求めると，分布質量となるが，この場合も計算中なので上記解析例との比較等を次の機会に発表したい。尚本報告を作成する際に，建設省土木研究所振動研究室長・栗林栄一氏，新東京国際空港公団空港計画室長・福岡博次氏に御助言をいただいた。深く謝意を表します。

<参考文献> 栗林栄一・岩崎敏男・小山田欣祐 「構造物の地震応答解析法」(土木技術資料 8-11~9~5)

浜田政則 「沈埋トンネル耐震設計に対する一試案」

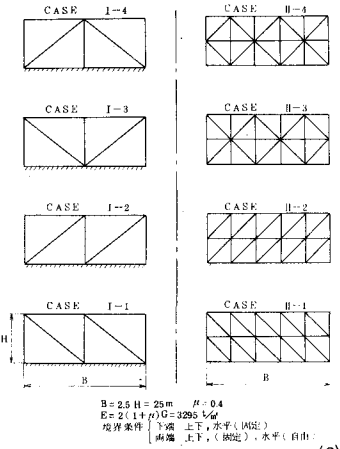


図-5 F・E・Mのモデル化(2)

表-2 実地盤(図-6)の固有周期と応答変位

解析法	結果	(SEC)	(cm)
		固有周期	応答変位
告示(一層系として) $T = \frac{4H}{V}$	平均セン断波速度	0.48	1.17
	砂層を除いた平均セン断波速度	0.72	1.75
セン断モデル	3層分割	0.78	1.69
	7層分割	0.77	1.64
F E M		0.78	1.58

図-7 モデル化する際の諸数値

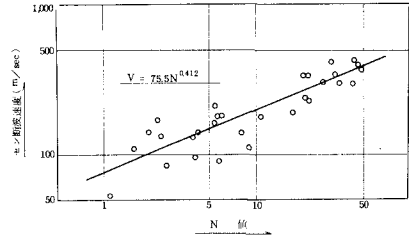


図-8 セン断波速度とN値の関係