

東北大学工学部 正員 佐武正雄  
 同上 正員 ○田野久貴  
 同上 学生員 菊地 実

1. 緒言

粒状体の形状を分類する方法については、従来いくつかの提案がなされているが、その代表的なものはRoundness<sup>1)</sup>とAngularity<sup>2)</sup>である。前者は砂利を、後者は碎石等を分類するのに適しているとされている。しかし、これらは大量の試料を測定するためにはかなり煩雑な方法であり、個人差が生じやすい。また、粒状体の力学的性質に影響を及ぼすと述べられる粒子の対称性を考慮する事が出来ない。そこで本文では、これらの点をも考慮した新たな測定方法を提案し、また、この方法を用いて行った80個の試料の測定結果について報告するものである。

2. 粒子形状の測定方法

2.1 測定方法 図-1(a)に示す粒子において、その図心Gから外周までの動径 $r(\theta)$ を測定すると同図(b)に示すような、 $2\pi$ を周期とするランダムな変動曲線が得られる。本文では、この変動曲線を自己相関関数及びスペクトル解析の手法を用いて解析し、数量化と分類を試みる。

2.2 形状測定器 動径の測定は図-1(a)及び写真-1に示すような方法及び装置を試作して行なった。試料(表-1)の写真とともに、ボール紙で二次元的なモデルを作製し、その重心(図心)を求める。次に、その重心を中心に粒子を回転させる。この時、図-1(a)に示すように変位計を粒子の外周に接触させておく事により動径の変化を記録する事が出来る。変位計は、スプリングによって常に粒子と接触を保つようになっている。

2.3 試料 測定に用いた試料を表-1に示す。各試料、各粒径とも10個ずつ合計80個の測定を行なった。なお、比較のために図-7に示す標準图形の測定も行なった。

3. 解析方法

粒子を重心の回りに回転させて得られる曲線 $r$ は、一般に $2\pi$ を周期とするランダムな変動曲線である。この $r$ を、よく用いられる自己相関関数・スペクトル解析の手法によって解析を行なう。 $r(\theta)$ が与えられれば、これらの方法によって自己相関係数 $\phi$ 、スペクトル(比) $S$ はじめ粒子の周長、面積、平均径等も簡単に得ることが出来る。計算方法の詳細は省略する。

4. 自己相関係数による粒子形状の検討

各粒子を互いに比較するためには、自己相関係数 $\phi$ を用いるのが便利であり、本文ではこの方法を用いている。図-2に標準图形(具体的な图形は図-7参照)の $\phi$ を示す。各图形とも対称軸をもつため、 $\phi$ はその图形に固有の周期を示し、一周期ごとにその最大値 $\phi_{max} = 1$ を示している。従って、一般に $\phi$ の最大値 $\phi_{max}$ ( $\phi_{10}$ 以外の最大値)は、その粒子の対称性をある程度示すものであると考えられる。図-3に砂利及び碎石

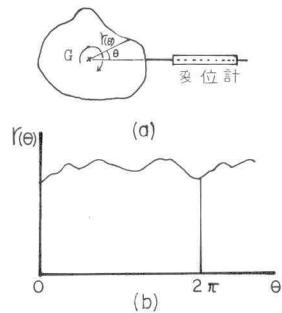


図-1 粒子形状の測定方法

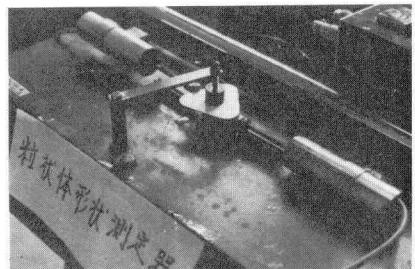


写真-1 形状測定器

試料 粒径 mm	砂利		碎石	
	$\bar{S}_t$	$R_n$	$\bar{S}_t$	$A_n$
2.5-5.0	18.2	0.512	31.3	744
5.0-10.0	16.9	0.675	28.3	669
10.0-15.0	14.0	0.580	26.7	559
15.0-20.0	20.6	0.450	20.7	447

$R_n$ : Roundness  $A_n$ : Angularity

表-1 試料と平均スペクトル比  $\bar{S}_t$

の $\phi$ の例を示す。また、図-4において $\phi_{max}$ によって粒子の対称性が変化する様子を示す。一方、図-2に示す正方形と長方形の $\phi$ を比較すると、その最小値 $\phi_{min}$ は图形(粒子)が偏平なほど小さくなる。従って、 $\phi_{min}$ は円に対する一種の偏平率を示しており、 $\phi_{min}$ に応じて形状が変化する様子を図-5に示す。また、以上に述べた対称性( $\phi_{max}$ )と偏平率( $\phi_{min}$ )の点から、砂利と碎石とを比較して図-6に示す。なお、各図における粒子の番号は、試料番号(101～105: 標準图形、1～40: 砂利、41～80: 碎石)を示し、粒子图形内の数字は、上から順に $\phi_{max}$ 、 $\phi_{min}$ 、 $S_w$ (後述)を表わし、( )内はRoundness  $R_n$ 、□内はAngularity  $A_n$ を示す。

### 5. スペクトル比による粒子形状の検討

図-2、3に対応した粒子のスペクトル比を図-7、8に示す。これらの図は、縦軸に $S$ (スペクトル比)、横軸に周波数 $n$ で示してある。標準图形は対称な图形であるから、その周期に対応する周波数において $S$ が最大となる(測定の都合上標準图形には丸味をつけたため、 $n=4, 6$ 等において若干の誤差が生じている)。一方、図-8に示す砂利と碎石とを比較すると明らかのように、碎石の方が砂利よりも高次の周波数成分が多い。従って、 $n=2$ 附近のスペクトルは粒子全體の形状を、 $n=3$ 以上のスペクトルは粒子の凹凸の程度をそれぞれ表わしていると考えられる。従って、これらの和はその粒子の $R_n$ 、 $A_n$ に相当するものであると言えよう。このスペクトルの和 $S_w$ の平均値 $\bar{S}_w$ を、先の80個の試料について求め表-1に示す。この表から、粒径の小さいものほど偏平もしくは角ばっているものが多いことがわかる。また、 $R_n$ 及び $A_n$ の示す傾向もこれと類似している。

以上のように、 $S_w$ もしくは $\bar{S}_w$ でもつてある程度の粒子形状を表現出来ることを示した。しかし、偏平でかつ対称に近い粒子では $n=2$ 附近の $S$ が強調されるため単なる $S_w$ では高次の凹凸を充分表現することが

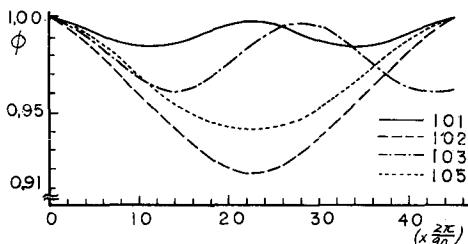


図-2 自己相関係数 $\phi$ と周期

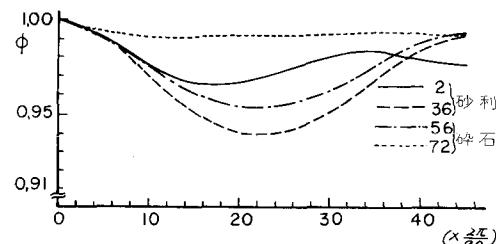


図-3 自己相関係数 $\phi$ と周期 (砂利及び碎石)

が出来ない。そこで、高次の一一  
わば $R_n$ や $A_n$ に相当する一  
粒子の凹凸を表現するためには、

$n=3$ 以上のスペクトル比 $S'$ に  
ついて、それぞれの周波数の重み  
をつけた $S$ の和 $S_w$ を考える。

図-4～6に、この $S_w$ を求めて  
示した。これらの結果を互いに比  
較すると、丸味を帯びた砂利ほど  
 $S_w$ は小さく、碎石同志では角ばっ  
っている粒子ほど $S_w$ は大きい。

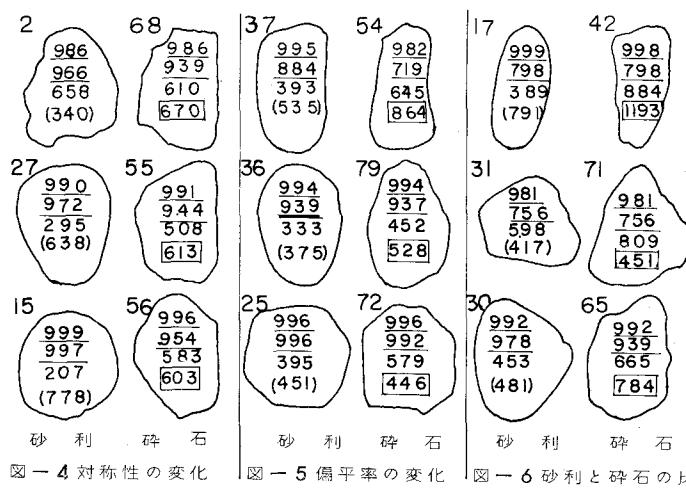


図-4 対称性の変化

図-5 偏平率の変化

図-6 砂利と碎石の比較

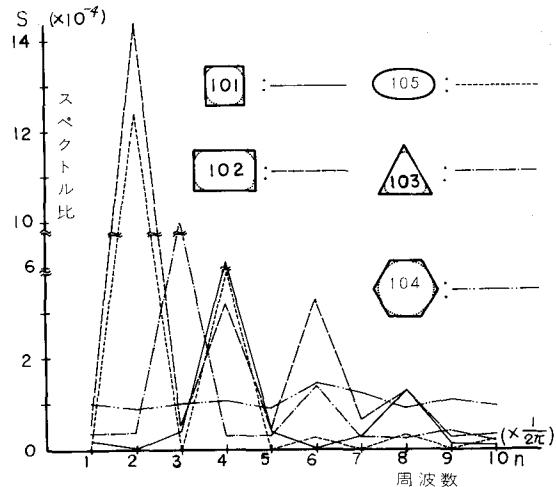


図-7 スペクトル比  $S$  と周波数  $n$  (標準图形)

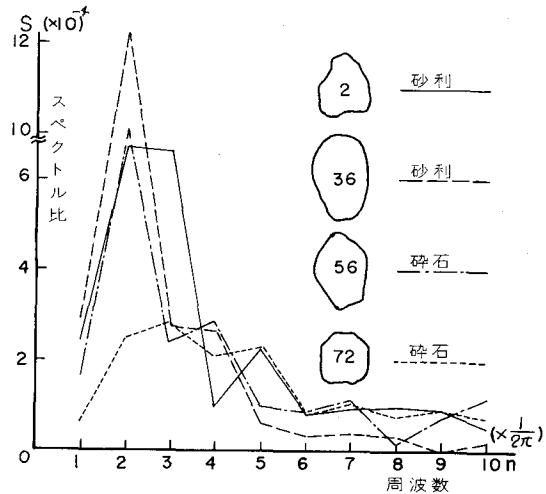


図-8 スペクトル比  $S$  と周波数  $n$  (砂利、碎石)

なお、これらの  $S_n$  は他の数値と比較するために実際の値を  $1/10$  倍して示してある。これらの結果から、 $S_n$  によって、従来別個に求められて来た  $R_n$  や  $A_n$  に相当する量が同時に得られることがわかる。,

## 6. 結語

本文で述べた、粒子の動径を測定し解析する方法には、次のような特色があると思われる。

1. 動径  $r$  を求めるだけで、粒子の周長、面積、平均径を得ることが出来る。

2. この動径の自己相関係数  $\phi$  の最大値  $\phi_{max}$  より粒子の対称性を、その最小値  $\phi_{min}$  より偏平率を知ることが出来る。

3. さらに、その平均径に対するスペクトル比  $S$  の重みのついたスペクトルの和  $S_n$  (周波数  $n = 3$  以上の  $S$  について、その  $n$  の重みのついた) によって、いわゆる Roundness  $R_n$  や Angularity  $A_n$  に相当する量を一括して表わすことが出来る。

4. 以上の解析は、粒子の動径さえ求めれば一連の手順で得ることが出来、個人差も少ない。従って、例えば图形読み取り装置と電子計算機等を利用することによって、多量のデータを得ることが可能である。

なお、この方法によって得られた結果を、粒状体の力学的性質に結びつける若干の試みを行なっているが、両者の関連は今後の課題である。<sup>3)</sup>

## 参考文献

- 1) Wadell, H. : Volume, Shape, and Roundness of Rock Particles, Journal of Geology, Vol. 40, p. 443~451, 1932
- 2) Lees, G. : A New Method for Determining of Particles, Sedimentology, Vol. 3, 1964
- 3) 佐武正雄、野沢逸男：粒状体のモデル実験による粒子形状とセン断強度との関係について、土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、p. 177~180、昭和47年2月