

京都大学防災研究所 正員 松岡 元

〃 (現大阪工試験所) 〃 橋本 正

〃 〃 菅野安男

地盤や土構造物を線型弾性体と仮定してその応力，変形状態を解析する
 ことには異論があるが，適切な弾性係数 E ，ポアソン比 ν が与えられ
 るならば，才1次近似としてかなり現実に近い解が得られるものと
 期待される。ここでは，種々の応力状態のもとで検証されている松岡
 の構成式^{1),2)}にもとづいて， E ， ν を推定する方法を提案する。

1. 土の応力～ひびき関係 モービライズ面上の土のダイレイタンシー現象
 の解析にもとづいて，相異なる主応力下の土の主応力比～主ひびき
 関係式として次式を得た。^{1),2)}

$$\epsilon_1 = f(\sigma_1/\sigma_3) + f(\sigma_2/\sigma_3), \quad \epsilon_2 = f(\sigma_2/\sigma_3) + g(\sigma_2/\sigma_3), \quad \epsilon_3 = g(\sigma_1/\sigma_3) + g(\sigma_2/\sigma_3) \quad \cdots (1)$$

ここに， ϵ_1 ， ϵ_2 ， ϵ_3 は最大，中間，最小主ひびき， σ_1 ， σ_2 ， σ_3 は
 最大，中間，最小主応力を表わす。そして，

$$f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) = \frac{\gamma_0 \exp\left(\frac{\mu}{\lambda - \mu}\right)}{2} \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \left\{\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right)X + (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} + 1\right\}$$

$$g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) = \frac{\gamma_0 \exp\left(\frac{\mu}{\lambda - \mu}\right)}{2} \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \left\{\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right)X - (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} - 1\right\}$$

ただし， $X = \sqrt{\sigma_2/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_1/\sigma_3}$ ($i < j$)。 λ ， μ ， μ' ， γ_0 は土によ
 る状態ごとの係数である。

(1)式より下記の条件下での応力～ひびき関係式は次式で与えられる。

$$\text{平面ひびき (plane strain, } \epsilon_2 = 0 \text{) 条件: } \epsilon_1 \cong f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_3 \cong g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \cdots (2)$$

$$\text{三軸圧縮 (comp. } \sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3 \text{) 条件: } \epsilon_1 = 2f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_3 = g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \cdots (3)$$

$$\text{三軸伸張 (ext. } \sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3 \text{) 条件: } \epsilon_1 = f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_3 = 2g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \cdots (4)$$

図-1 に上式により計算された主応力比～主ひびき関係を示
 す ($\lambda = 1.2$ ， $\mu = 0.25$ ， $\mu' = 0.44$ ， $\gamma_0 = 0.1\%$ ； 密な豊浦砂に該当する係数)。

また K_0 圧密状態のように初期の主応力比が1でない状態からせん
 断を受ける場合には，図-2 に示すように近似的には計算曲線も
 平行移動すればよいことが検証されている。³⁾ すなわち， σ_{1i} ， σ_{3i}
 を初期の最大，最小主応力とすれば，平面ひびき条件の場合は次式となる。

$$\epsilon_1 \cong f(\sigma_1/\sigma_3) - f(\sigma_{1i}/\sigma_{3i}), \quad \epsilon_3 \cong g(\sigma_1/\sigma_3) - g(\sigma_{1i}/\sigma_{3i}) \quad \cdots (5)$$

2. 土の E ， ν の推定法 線型弾性体の応力～ひびき関係は平
 面ひびき，三軸圧縮，三軸伸張条件下でそれぞれ次式で表わされる。

$$\text{平面ひびき条件: } \epsilon_1 = \{(1-\nu)\sigma_1 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)\}/E, \quad \epsilon_3 = \{(1-\nu)\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)\}/E \quad \cdots (6)$$

$$\text{三軸圧縮条件: } \epsilon_1 = (\sigma_1 - 2\nu\sigma_3)/E, \quad \epsilon_2 = \epsilon_3 = \{(\nu - 1)\sigma_3 - \nu\sigma_1\}/E \quad \cdots (7)$$

$$\text{三軸伸張条件: } \epsilon_1 = \epsilon_2 = \{(\nu - 1)\sigma_1 - \nu\sigma_3\}/E, \quad \epsilon_3 = (\sigma_3 - 2\nu\sigma_1)/E \quad \cdots (8)$$

(2)式と(6)式，(3)式と(7)式，(4)式と(8)式より， ν ， E はそれぞれ

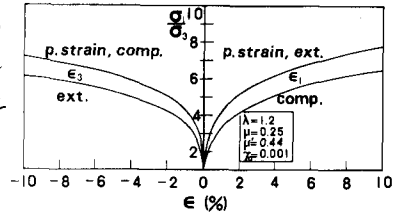


図-1 主応力比～主ひびき関係の計算曲線

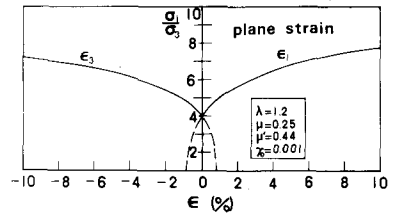
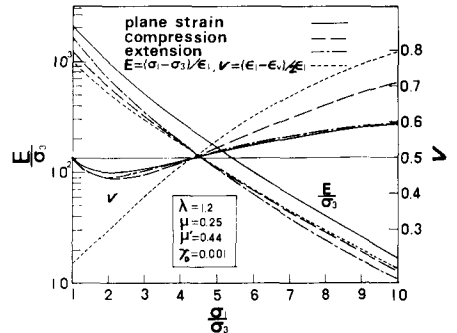
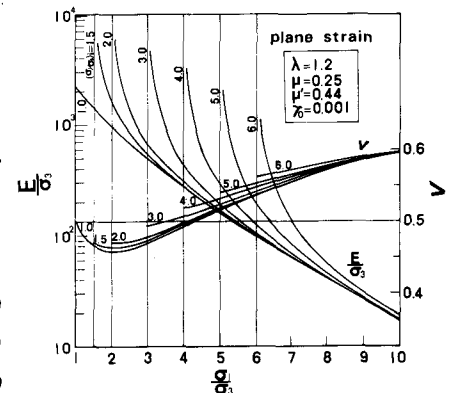


図-2 初期主応力比が1の場合の主応力比～主ひびき関係

図-3 各種条件下の E/σ_3 ， $\nu \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係図-4 初期主応力比はパラメータ E/σ_3 ， $\nu \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係

次式で表わされる。

$$\text{平面ひずみ条件: } \nu = \frac{f(\sigma_1) - g(\sigma_1) \cdot \sigma_1}{(1 + \sigma_1) \{ f(\sigma_1) - g(\sigma_1) \}} \quad \left. \begin{aligned} E/\sigma_1 &= \{ (1 - \nu) \cdot \sigma_1 - \nu(1 + \nu) \} / f(\sigma_1) \end{aligned} \right\} \text{---(9)}$$

$$\text{三軸圧縮条件: } \nu = \frac{2 \cdot f(\sigma_1) - g(\sigma_1) \cdot \sigma_1}{2 \{ (1 + \sigma_1) \cdot f(\sigma_1) - g(\sigma_1) \}} \quad \left. \begin{aligned} E/\sigma_1 &= (\sigma_1 - 2\nu) / 2 \cdot f(\sigma_1) \end{aligned} \right\} \text{---(10)}$$

$$\text{三軸伸張条件: } \nu = \frac{f(\sigma_1) - 2 \cdot g(\sigma_1) \cdot \sigma_1}{2 \{ f(\sigma_1) \cdot \sigma_1 - (1 + \sigma_1) g(\sigma_1) \}} \quad \left. \begin{aligned} E/\sigma_1 &= \{ (1 - \nu) \cdot \sigma_1 - \nu \} / f(\sigma_1) \end{aligned} \right\} \text{---(11)}$$

図-3 は (9), (10), (11) 式によって計算された E/σ_1 , ν と主応力比 σ_1/σ_3 の関係を示している。なお、図中の点線は Duncan 他によつて定義された E/σ_1 , ν の計算結果を示すが、 ν は 1/2 ばかり異なつるのがみられる。 $\sigma_1/\sigma_3 = 10$ まで計算してあるが、実際には $\sigma_1/\sigma_3 = 3$ ($\phi = 30^\circ$) ~ 5 ($\phi = 42^\circ$) 程度以下が対象になるものと見られる。図-4 は平面ひずみ条件の場合について、初期の主応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_i$ が 1.0 ~ 6.0 のときの ν と E/σ_1 の計算結果を示している。この計算は (5) 式の各右辺に (9) 式の $f(\sigma_1)$, $g(\sigma_1)$ の $\nu = 3$ へ代入して行つた。図-5, 6, 7 はそれぞれ係数 λ , μ , μ' を変化した場合の ν , E/σ_1 の値を計算したものである。

次に、 E , ν の推定手順を具体的に示す。まず土の現状をあらわして行つた三軸試験等によつて係数 ($\lambda, \mu, \mu', \gamma_0$) を推定する。 (λ, μ, μ') は土がさまればほぼ一定とみせる係数、 γ_0 は初期の粒子構造を評価する係数である。次にこの係数値を用いて図-3, 図-4 のような図を描く。このとき対象とする地盤の変形条件 (平面ひずみ, 軸対称, 等), 初期の主応力比 (等圧圧密: $(\sigma_1/\sigma_3)_i = 1$, K_0 圧密: $(\sigma_1/\sigma_3)_i = 1/K_0$, 等) などを考慮する。さらに対象とする大體の主応力比 (あるいは主ひずみ) を推定して、図-5, 6, 7 の ν と E/σ_1 の値を定める。そして対象とする地点の σ_3 の大體の値を推定して E を求めるわけである。ここで、 E が σ_3 (拘束圧と考えてもよいであろう) によつて変化することに留意すべきである。なお、(1) 式はダイレイタンスによるひずみを表現しているため、圧縮性の大きい土の場合には圧密によるひずみも考慮しなければならぬと思われる。このことは比較的容易に行なえるが、紙面の都合で省略する。

謝辞 御指導を賜つてゐる京大・村山朝郎教授、計算の一部を手伝つていただいた京大研究生 中井照夫君に感謝致します。

参考文献

- 1) 松岡 元: 多軸応力下の土の応力~ひずみ関係について, 第8回土質工学研究発表会, 1973, pp. 227-230.
- 2) 松岡 元: 3主応力下の土の応力~ひずみ関係について, 京大防災研究所年報 第16号B, 1973.
- 3) 松岡 元・橋本 正: 多軸試験機の試作とその測定結果の解析について, 第8回土質工学研究発表会, 1973, pp. 231-234.
- 4) Duncan J. M. and Chang C. Y.: Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. A.S.C.E., 1970, SMS, pp. 1629-1653.

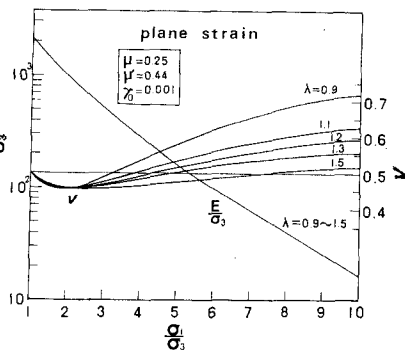


図-5 λ を変化した場合の E/σ_1 , $\nu \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係

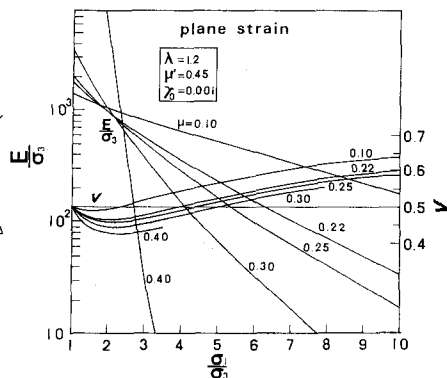


図-6 μ を変化した場合の E/σ_1 , $\nu \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係

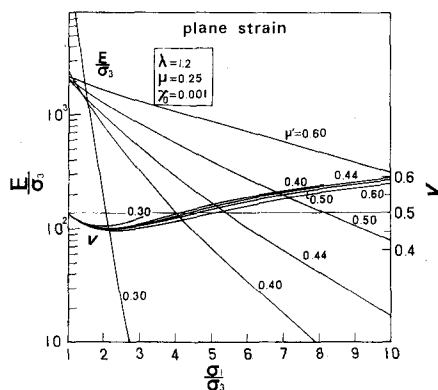


図-7 μ' を変化した場合の E/σ_1 , $\nu \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係