

北海道開発局 正員 田口哲明

東北大学工学部 正員 佐武正雄

1. まえがき

飽和粘土の圧密現象に対するテルツァギの理論を単純フォークトモデルを用いて考察することは広く行なわれている¹⁾²⁾。本文では、特に、その対応に着目し、テルツァギの圧密理論における定数とフォークトモデルの定数との関係式を導き、両者の無次元時間の対応を数値的に求めた。また、その対応を用いて、二次元圧密沈下の解析を有限要素法を用いて行なうことについても考察を行なった。

2. テルツァギの圧密理論とフォークトモデルの対応

図2.1のように、フォークトモデルのバネ定数を E 、ダッシュポットの粘性係数を η とし、それらに生じる応力を、それぞれ σ_E 、 σ_η 、全応力を σ （一定）とする。

$$\sigma = \sigma_E + \sigma_\eta \quad \cdots (2.1)$$

$$\sigma_E = E \cdot \varepsilon, \quad \sigma_\eta = \eta \cdot (d\varepsilon/dt) \quad \cdots (2.2)$$

σ_E 、 σ_η が、それぞれ 有効応力、過剰間隙水圧に相当し、(2.1)式は、全応力が圧密時間中不変であるとするテルツァギの理論における仮定に対応している。

(2.1)式、(2.2)式より、 σ_η に関する微分方程式を導くと次式を得る。

$$\frac{d\sigma_\eta}{dt} = -\frac{E}{\eta} \cdot \sigma_\eta \quad \cdots (2.3)$$

これを圧密方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \left(\begin{array}{l} u: \text{過剰間隙水圧} \\ C_v: \text{圧密係数} \end{array} \right) \quad \cdots (2.4)$$

と比較するのであるが、過剰間隙水圧 u が時間と空間の関数であるのに対し、フォークトモデルにおける σ_η は、単軸応力状態では時間のみの関数である。そこで、 σ_η が u の z 方向分布の平均値 $\bar{u}$ に等しいものとする。 $t=0$ で $u=u_i(z)=u_0$ （一定）、排水長 H という条件における(2.4)式の解

$$u(z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cdot u_0}{M^2} \left(\sin \frac{M}{H} z \right) \cdot \exp(-M^2 T_v) \quad \cdots (2.5)$$

$$M = \frac{\pi}{2}(2m+1) \quad T_v = (C_v/H^2) \cdot t$$

を用いて、 z 方向に関する平均をとると、

$$\bar{u}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cdot u_0}{M^2} \cdot \exp(-M^2 T_v) \quad \cdots (2.6)$$

$\sigma_\eta = \bar{u}(t)$ として、(2.6)式を(2.3)式に代入し、 η について解くと

$$\eta = \frac{H^2 E}{C_v} \times \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{M^2} \exp(-M^2 T_v)}{\sum_{m=0}^{\infty} \exp(-M^2 T_v)} \quad \cdots (2.7)$$

以上より、テルツァギの圧密理論と等価なフォークトモデルを考える場合、ダッシュポットの粘性係数 η は(2.7)式で表わされるような時間の関数と考えなければならない。

(2.7)式をそのまま計算に用いることは、煩雑であるので、テルツァギの理論における時間係数 T_v とフォークトモデルの無次元時間 t/τ との関係を次のように数値的に求めた。（ただし $\tau = \eta/E$ 、フォークト

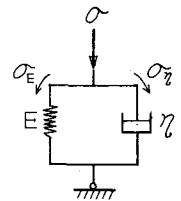


図2.1 フォークトモデル

モデルの遅延時間)

全層厚に対する平均圧密度 U を考えると、テルツァギの理論では、(2.5)式より

$$U = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{1+m^2} \exp(-m^2 T_v) \quad \dots\dots (2.8)$$

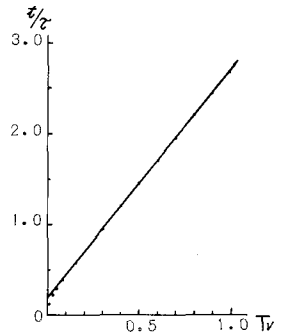
一方、フォークトモデルについては、最終ひずみを ε_f とし

$$U = \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_f} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \dots\dots (2.9)$$

(2.8)、(2.9)の両式が等しい値をとるような t/τ と T_v との関係プロットすると、図2.2を得る。これを最小二乗法により直線で近似することにより

$$t/\tau = 2.508 T_v + 0.182 \quad \text{or} \quad T_v = 0.399(t/\tau) - 0.0725 \quad \dots\dots (2.10)$$

を得る。(2.10)式はフォークトモデルを用いて計算された応答曲線を、等価な圧密度-時間曲線として読むときの時間軸のスケールをあらわしていることになる。図2.2 時間係数 T_v と無次元時間 t/τ



以上の考えにより、一次元圧密を計算した結果を図2.3に破線で示した。図より

$T_v < 0.1$ では、テルツァギ理論から外れてくるが、フォークトモデルを用いて圧密沈下を近似的に解くという立場からみると、(2.10)式の近似は、充分なものと考えることができる。

3. 二次元圧密沈下の有限要素解析

圧密変形は、応力及び歪テンソルの体積成分のみに関係し、せん断変形には時間依存性がないと考えると次のようなレオロジーモデルを考えるのが妥当と思われる。

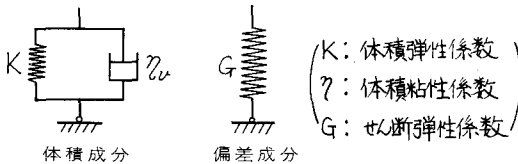


図3.1 二次元圧密に対するレオロジーモデル

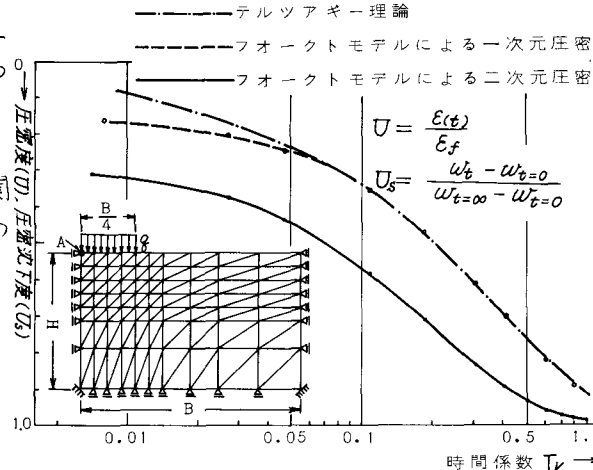


図2.3 圧密度-時間曲線と圧密沈下度-時間曲線

有限要素法による粘弾性体の解析法³⁾を上モデルで表わされる連続体の解析に応用し、時間軸を(2.10)式のスケールに従って T_v に換算することにより、圧密沈下に相当する量が計算される。

具体的な計算例として、図2.3中の地盤の点Aの圧密沈下度を計算し、これを同図に実線で示した。計算量が充分でないで、あまり考察はできないが、圧密論で通常いわれている多次元圧密では一次元圧密に比べて圧密速度が速いという傾向が、この例からも見られることが分かる。

4. あとがき

圧密現象を単純フォークトモデルで表わされる粘弾性体の変形としてとらえる場合の解析法について述べた。(2.10)式のようなスケールを用いることにより、近似的ではあるが圧密沈下の解析が簡単化され、また、多次元圧密沈下解析への応用も容易に行なうことができる。

参考文献

- 1) 最上武雄; 土質力学, 技報堂, pp.354-360 (1969)
- 2) 山口柏樹; 土質力学とレオロジー, 土木学会誌, vol.54, 12, pp.29-34 (1969)
- 3) 川原睦人, 堀井健一郎; 有限要素法による粘弾性体の解析法, 土木学会論文報告集, No. 179, pp.23-35 (1970)