III－27　　地盤の全沈下に関する統計的一考察

名古屋大学工学部　正員　松尾稔
京都大学工学部　学生員　○浅岡顕
日本港湾コンサルタント　正員　伊吹真彦

1　はじめに：軟弱な粘土層上に大規模な埋立てを行なう場合を対象にして、粘土層の最終沈下予測の信頼性と、合理的な調査規模決定の問題につき、特に地盤の力学性質の不確実性を考慮にいれ基礎的な検討を行なう。

2　沈下に関する土質諸係数のばらつきの特徴：地盤調査や土質試験の結果がかなり大幅にばらつくことはよく知られているが、その原因はおよそ次の3つにまとめられる。①マクロ的にみて明らかに、工学的に同一の地層として取扱えない地層を同一の地層とみなしてデータを収集したため。②マクロ的に同一の地層とみなしえたとしても、よりミクロ的にはなお不均質性を有しているため。③調査試験法の技術的な誤差が避けられないため。ここで対象とするものは、この②および③に関するものであり、統計解析の対象とした地盤は①で述べた種類の過誤を含まないように注意した。さて地盤の一次元全沈下に影響する土質諸係数のばらつきの特徴と諸係数間の相関性について、多くの土質調査データ（すべて海成粘土）を基礎に検討した結果、次の事柄が明らかとなった。(i)圧縮指数C_c，初期間隙比e_0はともに深さ方向には無相関にばらつき、その変動係数はC_cで0.2～0.4，e_0でも同程度である。C_c，e_0とも深さ方向に増大する傾向のデータが散見されたが、これらはきわめて特殊な例であった。(ii)C_cとe_0との間には弱い正の相関がある。(iii)$m_c = C_c/1+e_0$のばらつきは深さ方向にはまったく無相関であり、その変動係数は0.15～0.3程度である。(iv)圧密降伏荷重p_0は実験のむづかしさや整理上の問題もあり、結果はかなり大幅にばらつく（変動係数0.2～0.5）。深さに対する相関は強いが比例定数は一般に水中単位体積重量かそれ以下である。各深さで変動係数がほぼ一定となるようなデータが多かった。(v)m_cとp_0との間には相関性は見出せなかった。なお、(vi)同一地層内でのC_c，p_0の変動係数の比とw_L，q_uの変動係数の比との両者の比は、調べた範囲内ではどの地層をとってもかなりよく一致していたが、統計的な結論を下すには調べた地層の個数がまだ不足であり、確言できない。(vii)m_cおよびp_0に対する確率モデルとして正規分布をあてはめてχ^2検定（危険率5％）をしたが、各深さにおいていずれも正規分布で近似できることを確かめた。

3．地層の一次元全沈下について：個々について，常識的な土質力学の見地からみて諸係数値のばらつきが問題となるような最小の体積をvとする。(例えば、vについて一次元圧密の議論をしうるがその土質諸係数は異なるvの間ではばらつく）また沈下などのマクロ的な現象に支配的なvの集合体としての最小の大きさをVとする。Vとvとの概念的な関係は図－1に示す[1]。異なるV同士の間でVに関する力学性質は変化しないが，vのそれは位置的にまったくランダムである。v内でのさらに小位の不均質性は今は考えない。地層の不均質性の工学的取扱い方として破壊を例に3つあげる。①一様な飽和粘土地盤のすべり破壊のようなVの強度がvの平均強度に依存する場合[2]，②最弱リンク説に代表されるようなローカルな破壊が全体の破壊を導くもの（岩の統計強度理論[3]など）③位置的な破壊の程度の差のある大きさが全体の機能障害をひきおこすもの（不同沈下など）　さて，Vに関するものを全て大文字で表わすと、一次元全沈下に関してVとvの間には以下の関係が得られる。

$$V;\ E = E_0 - M_c \log P/P_0 \ ,\qquad v;\ e = e_0 - m_c \log p/p_0 \quad \text{を前提として}$$

$$P = (p)_m \ ,\quad P_0 = (p_0)_m \ ,\quad E/(1+E) = \left(e/1+e\right)_m$$

$$\left.\begin{aligned} M_c &= (m_c)_m \times \left[(\log p)_m - (\log p_0)_m\right] \big/ (\log P - \log P_0) + \left(S_{m_c,\log p} - S_{m_c,\log p_0}\right) \big/ (\log P - \log P_0) \\ M_c &= (m_c)_m + \left(S_{p,m_c} - S_{p_0,m_c}\right) \big/ (P - P_0) \end{aligned}\right\} \quad (1) \quad (\ P \text{に関係しない絶対定数}\ )$$

ここに$S_{x,y}$はxとyとの共分散を表わし、$(x)_m$はxの期待値をあらわす。さて上式からだけではpのばらつき

方の必要十分条件は見出しえないが、(1)式の値が応力分布 p に依存しないことから、p のばらつきに関する十分条件として応力のつりあいをみたす範囲（この場合同一深さ）で $p/p_0 = \alpha\,(const.)$ を採用する。このことは不同沈下に影響を及ぼすのは m_c の水平方向へのばらつきだけであり、p_0 のそれではないと考えていることを示す。これらのことは2.で述べた $S_{m_c, p_0} = 0$ から不完全ながら保障される。このように p_0 のばらつきを条件付ければ、地層の全沈下の真値は、

$$\rho^* = \frac{1}{S}\int_0^H \left\{ \int_S m_c(s)\, dS \right\} \log d(z)\, dz$$

とあらわすことができる。結局、不均質な地層の沈下量（不同沈下に対する体積平均値）は、ν の個々の力学定数に依存するのではなく、その平均値のみに依存するといえる。これは前述①の見方で沈下を取扱えることを示す。ρ^* の計算は ν の母平均から、即ち無限個の調査によってはじめてなされる。

4、沈下計算値の信頼性と調査規模との関連：地盤内の m_c, p_0 のばらつきの母数が未知なため、有限個（$N_S \times N_B$, N_B はボーリング本数、N_S は1本からのサンプル数）のデータから ρ^* の推定を行なうが、この推定は次式で示される現行の沈下計算法[4)]になる。

$$\rho = \frac{H}{N_S} \times \sum_{i=1}^{N_S} \left\{ \overline{m_c} \times \log \frac{\overline{p_0} + q}{\overline{p_0}} \right\}_i \quad \text{（調査規模 } N_S, N_B\text{）}$$

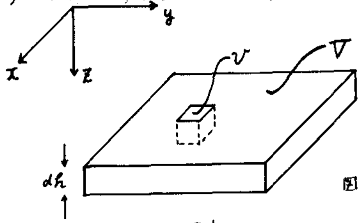

図1

ただし $\{\bar{x}\}_i$ は第 i 層での N_B 個のサンプル平均をあらわす。この確率変数 ρ の分布形が m_c, p_0 のばらつきの母数および調査規模 N_S, N_B,（図-3）上載荷重 q（盛土高さ）, 地層の厚さ H に依存し、また ρ の平均値が一般に ρ^* とは一致しないことから、沈下計算値 ρ の信頼性は、地盤のばらつきの母数を想定したうえで、図-2の面積 P であらわせる。この図において h_1, h_2 は沈下計算値 ρ の ρ^* のまわりでの信頼区間を示す。さて、$\rho < \rho^* - h_1$, $\rho > \rho^* + h_2$ の場合の期待損失、盛土高さによって規制される建設費、および N_S, N_B の大きさに依存する調査費とのTotal Costに制約を設け、技術者の地盤のばらつきの母数を想定する経験を統計的に考慮して、q（盛土高さ）, 信頼幅 h_1, h_2, N_S, N_B を合理的に決定するシステムは、紙面の都合上、ここでは述べない。

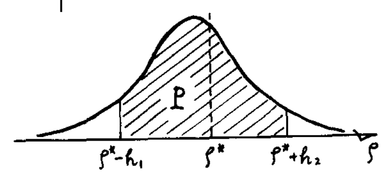

図2

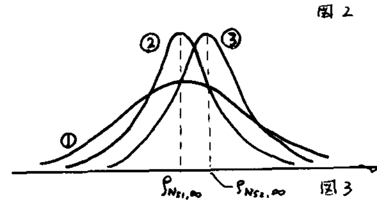

図3

① ; $N_S = N_{S1}$, $N_B = N_{B1}$
② ; $N_S = N_{S1}$, $N_B = N_{B2} > N_{B1}$
③ ; $N_S = N_{S2} > N_{S1}$, $N_B = N_{B2}$

さて図-4は、m_c の分布が正規分布に従い標準偏差一定でばらつくとし、p_0 は平均値については深さ方向に $(p_0)_m = a + bz$ なる線形回帰式を用い、そのまわりで変動係数一定でばらつくとしたときの、信頼度一定にした調査規模の組み合せの計算例である。図-4で $C_I = N_B \times C_B + N_B \times N_S \times C_S$（ただし C_I は調査費、C_B はボーリング単価、C_S は圧密試験単価である）であり、同一の信頼度の中での合理的な調査規模が、C_B, C_S の単価の比により大きく変化することがわかる。なお、ρ の分布形は、2.で述べた程度の地盤のばらつきのときには、$N_B \geq 7$ ならば正規分布で近似できることが χ^2 検定によって確かめられている。これは、以後の計算上非常に有用となる。

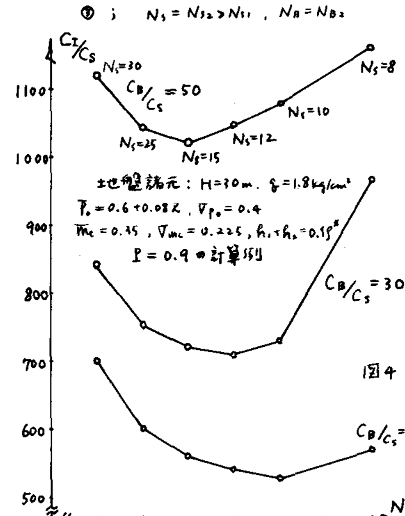

図4

5、参考文献

1) S.D. Volkov, Statistical Strength Th. 1962, 2) 松尾、黒田，盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究，土木学会論文集 196号，1971 3) 岡他 岩石の静的破壊の機構，4) 設計施工基準集（設計編）土工，土質工学会