

京都大学大学院 学生員 関口 秀雄

1. 序

粘土の応力-変形挙動の時間依存性は、粘性土地山におけるトンネル土圧の経時変化や斜面の安定を考える際に重要である。しかしながら、 K_0 圧密後のフリースヤン力緩和特性、あるいは平面変形条件下でのレオロジー特性については、まだデータが少なく、今後の課題となっている。そこで、本報告では非線形粘弾性関数をボーリング孔を利用した原位置試験から決定するための一試案を検討することにする。

2. 相対変形依存応答関数

村山・関口・上田¹⁾は、次式に示す構成関係を利用し、飽和粘土におけるストレス・オーバーシュート現象の解析を試み、ある程度の成功をみているので、この報告においてそれを用いることにする。

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t \mu(t-\tau; I_\alpha) [\underline{C}^{-1}(t, \tau) - \underline{1}] d\tau, \quad (1)$$

ここに、 σ_0 は平衡応力テンソル、 $\mu(t-\tau; I_\alpha)$ は相対変形依存応答関数、 $\underline{1}$ は単位テンソル、 $\underline{C}^{-1}(t, \tau)$ は次式で定義される相対左 Cauchy-Green テンソル、 $I_\alpha (\alpha=1, 2, 3)$ はその主不変量である。

$$\underline{C}^{-1}(t, \tau) = \underline{E}(t, \tau) \underline{E}(t, \tau)^T, \quad [\underline{E}(t, \tau)] = \|\partial x^i(t)/\partial x^j(\tau)\|, \quad (2)$$

ここに、 T は転置行列をとることを意味し、 $\underline{E}(t, \tau)$ は相対変形変換テンソル、 $x^i(\tau)$ は時刻 τ に対象粒子が占有する空間座標の成分を示す。 $\underline{C}^{-1}(t, \tau)$ の主軸は時刻 t における配位についてとられるもので、Cauchy の応力テンソル $\sigma(t)$ と対応する。また、この場合、規準配位は固定されたものではなく、時刻 τ ($-\infty < \tau \leq t$) における配位を採用していることが特徴である。

3. 円孔押え後の応力緩和

Palmer²⁾、畠・太田・近藤³⁾による飽和粘土中の円孔挙動の解析を参考にし、非排水平面変形を考える。

図-1 に示すような極座標系を採用し、初期状態 ($\tau = -\infty$) における円孔の半径を a とし、図-2 に示すプログラムにしたがって、内圧による載荷を受けるものとする。

さて、時刻 t に $r(t)$ なる円周上に存在した粒子が、時刻 τ に $r(\tau)$ なる円周上へ運動したとする。このとき、円孔周縁粒子は $a + y(t)$ から $a + y(\tau)$ まで変位している。非排水条件から次式が導かれる。

$$r(t)^2 - r(\tau)^2 = \frac{1}{\pi} \{V(t) - V(\tau)\}, \quad V(t) = \pi \{a + y(t)\}^2, \quad (3)$$

ここに、 $V(t)$ は時刻 t における円孔の単位深さあたりの体積である。

(3) 式を $r(t)$ に関して微分すれば、次式が得られる。

$$\partial r(t)/\partial r(\tau) = r(t)/r(\tau) = \left[1 - \{V(t) - V(\tau)\} / \pi r(t)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

平面変形条件から、 $\partial y(t)/\partial y(\tau) = 1$ 、また等体積条件から $\det \underline{E} = 1$ 、および r, θ, z 方向が主ひずみ方向であることを考慮すれば、(2) 式より次式が得られる。

$$[\underline{E}(t, \tau)] = \begin{bmatrix} r(t)/r(\tau) & 0 & 0 \\ 0 & r(t)/r(\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [\underline{C}^{-1}(t, \tau)] = \begin{bmatrix} \{r(t)/r(\tau)\}^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \{r(t)/r(\tau)\}^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(1), (5) 式より、圧縮応力を正にとれば、主応力差、 $\sigma_r' - \sigma_\theta' = \sigma_d$ は次式のように与えられる。

$$\sigma_d(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t \mu(t-\tau; r(t)/r(\tau) - 1) [\{r(t)/r(\tau)\}^2 - \{r(\tau)/r(t)\}^2] d\tau + \sigma_{d0}. \quad (6)$$

上式において、 $\{r(t) - r(\tau)\} / r(t) = \epsilon_\theta(t, \tau)$ (7) とおき、 $\epsilon_\theta(t, \tau)$ の 2 次以上の項を無視すれば、

$$\sigma_d(t) = 2 \int_{-\infty}^t \mu\{t-\tau; \epsilon_\theta(t, \tau)\} \epsilon_\theta(t, \tau) d\tau + \sigma_{d0}. \quad (8)$$

以下では、時刻 $t = 0$ に変形が停止されてから時間 t 経過後の主応力差を考える。この場合、 $\epsilon_\theta(t, \tau)$ は、 $\tau \geq 0$ のとき、 $\epsilon_\theta(t, \tau) = 0$
 $-\dot{V} \leq \tau < 0$ のとき、 $\epsilon_\theta(t, \tau) = \epsilon_\theta(0, \tau) = -1 + [1 + \dot{V}\tau / \{\pi r(t)\}^2]^{-\frac{1}{2}} = -\dot{V}\tau / \{2\pi r(t)^2\}$
 $-\infty < \tau < -\dot{V}$ のとき、 $\epsilon_\theta(t, \tau) = \epsilon_\theta(0, \tau) = -1 + [1 - \dot{V}\dot{\tau} / \{\pi r(t)\}^2]^{-\frac{1}{2}} = \dot{V}\dot{\tau} / \{2\pi r(t)^2\}$ } (9)

ここに、 $V(0) - V(\tau) = -\dot{V}\tau$ ----- (10) なる変形条件を想定した。

$\tau = t$, $\tau = -S$ とおけば、(8), (9) 式より次式が得られる。

$$\sigma_\theta(t) = \sigma_\theta + \dot{V} / \{\pi r(t)^2\} \int_0^t \mu[t+S; \dot{V}S / \{2\pi r(t)^2\}] S dS + \dot{V}S / \{\pi r(t)^2\} \int_{-\dot{V}}^0 \mu[t+S; \dot{V}S / \{2\pi r(t)^2\}] dS. \quad (11)$$

一方、 r 方向の釣合式はつぎのようである。

$$-d\{\sigma_r(t)/dr(t)\} = \sigma_\theta(t)/r(t). \quad (12)$$

(11) 式に村山・関口・上田による応力緩和の実験事実 (図-3 参照) を援用し、(12) 式と組合せたものを、 $r = a + y(0)$ から ∞ まで積分すれば次式の表現が得られる。(図-4 参照)

$$a + y_1 \geq r_c \text{ のとき, } P_1(t) - \sigma_{h0} = \int_{a+y_1}^{\infty} \sigma_{\theta 0} / r dr + \frac{\dot{V}}{2\pi(a+y_1)^2 \epsilon_{\theta c}} \left\{ \int_0^t \mu(t+S) S dS + \int_{-\dot{V}}^0 \mu(t+S) S_1 dS \right\}, \quad (13)$$

$$a + y_2 < r_c \text{ のとき, } P_2(t) - \sigma_{h0} = \int_{a+y_2}^{\infty} \sigma_{\theta 0} / r dr + 2 \ln \left(\frac{r_c}{a+y_2} \right) \int_0^t \mu(t+S) dS + \frac{\dot{V}}{2\pi r_c^2 \epsilon_{\theta c}} \left\{ \int_0^t \mu(t+S) S dS + \int_{-\dot{V}}^0 \mu(t+S) S_2 dS \right\} \quad (14)$$

ここに、 $P(t)$ は内圧、 σ_{h0} は初期水平応力、 $\epsilon_{\theta c}$ は境界すきみで、 $\epsilon_{\theta c} = \dot{V} / (2\pi r_c^2)$ ----- (15) である。

さて、次式で定義される緩和スペクトルを導入し、(13), (14) 式に代入すればつぎのような表現が得られる。

$$\mu(t+S) = \int_{-\infty}^{\infty} \{H(\lambda)/\lambda\} \exp\{-(t+S)/\lambda\} d \ln \lambda, \quad (16)$$

$$a + y_1 \geq r_c \text{ のとき, } P_1(t) - \sigma_{h0} = \int_{a+y_1}^{\infty} \frac{\sigma_{\theta 0}}{r} dr + \frac{\dot{V}}{2\pi V_1(0) \epsilon_{\theta c}} \int_{-\infty}^{\infty} H(\lambda) \lambda e^{-\frac{t}{\lambda}} (1 - e^{-\frac{S}{\lambda}}) d \ln \lambda, \quad (17)$$

$$a + y_2 < r_c \text{ のとき, } P_2(t) - \sigma_{h0} = \int_{a+y_2}^{\infty} \frac{\sigma_{\theta 0}}{r} dr + \ln \left(\frac{a V_2}{2 V_2(0) \epsilon_{\theta c}} \right) \int_{-\infty}^{\infty} H(\lambda) e^{-\frac{t}{\lambda}} d \ln \lambda + \frac{1}{J_2} \int_{-\infty}^{\infty} H(\lambda) \lambda e^{-\frac{t}{\lambda}} (1 - e^{-\frac{S}{\lambda}}) d \ln \lambda, \quad (18)$$

ここに、 $V(0) = \pi(a+y)^2$, $\Delta V_2 = V_2(0) - V_2(-J_2) = \dot{V} J_2$ とおいた。

急速載荷を想定し、 $1 - e^{-J_1/\lambda} \approx J_1/\lambda$, $1 - e^{-J_2/\lambda} \approx J_2/\lambda$ なる近似が可能であるとする。このとき、(17),

(18) 式の両辺を t に関して微分し、(16) 式において $S = 0$ とした式を考慮すれば次式が得られる。

$$a + y_1 \geq r_c \text{ のとき, } -dP_1(t)/dt = \Delta V_1 / \{2 V_1(0) \epsilon_{\theta c}\} \cdot \mu(t), \text{ ここに } \Delta V_1 = \dot{V} J_1, \quad (19)$$

$$a + y_2 < r_c \text{ のとき, } -dP_2(t)/dt = \left\{ \ln \left(\frac{a V_2}{2 V_2(0) \epsilon_{\theta c}} \right) + 1 - \ln \epsilon_{\theta c} \right\} \cdot \mu(t). \quad (20)$$

(19), (20) 式より、 $\epsilon_{\theta c}$ は次式によって決定することができる。

$$\epsilon_{\theta c} \left\{ \ln \left(\frac{a V_2}{2 V_2(0) \epsilon_{\theta c}} \right) + 1 - \ln \epsilon_{\theta c} \right\} = \{ \Delta V_1 \cdot (-dP_2/dt) \} / \{ 2 V_1(0) \cdot (-dP_1/dt) \}. \quad (21)$$

したがって、(19) 式あるいは (20) 式と (21) 式から $\mu(t)$ を決定することができる。

謝辞 御指導頂いた京大防災研究所村山朔郎教授に心より感謝の意を表します。また松岡元助教授による円孔挙動の研究に啓発されたことを記し感謝の意を表します。

参考文献 1) 村山・関口・上田, 第7回土質工学研究発表会, 昭.47, 205-208. 2) Palmer, A.C., Géotechnique, 22, No.3, 451-457. 3) 畠・太田・近藤, 第8回土質工学研究発表会, 昭.48, 275-278. 4) 村山・関口・上田, 土木学会関西支部講演概集, 昭.47, Ⅱ-1. 5) 山本, 材料, 21巻, 224号, 昭.47, 355-359.

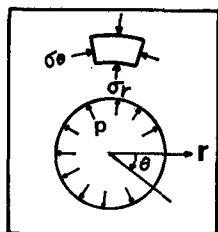


図-1 極座標系

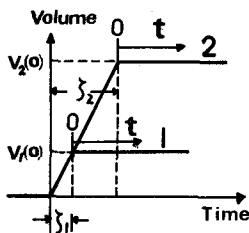


図-2 変形プログラム

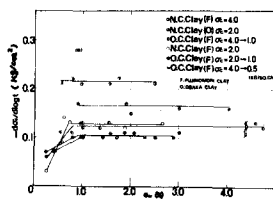


図-3 応力緩和速度と最大

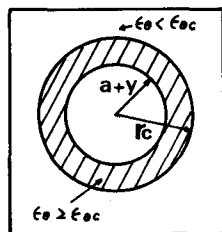


図-4 $\epsilon_\theta \geq \epsilon_{\theta c}$ と $\epsilon_\theta < \epsilon_{\theta c}$

主すきみとの関係, 村山による。の領域 (ケース2に対応)