

III-8

正規圧密粘土の力学諸定数について

神戸大学工学部 ○ 輕部大蔵

神戸大学大学院 玉井達郎

同

苗村康造

構造物の変位を見つめるには、ヤング率 E およびポアソン比 ν を知る必要がある。ところが、土の力学試験法は、これらの定数を求めることを目的としていないので、たとえば E のかわりに E_{50} を用いたり、 $\nu=0.5$ と仮定するなど、かなり思いきった仮定をもうけることが多い。この研究は、 E や ν を用いてどの程度まで土の力学挙動を表現できるかを、軸対称応力を受ける正規圧密粘土について検討したものである。

1. 基本式

正規圧密粘土では、図-1を参考にして、 $\eta = \sigma_z/p = (\sigma_z - \sigma_r)/(\frac{\sigma_z + \sigma_r}{3})$ が一定に保たれるならば、 $\log p$ と e の関係は η をパラメーターとする平行な直線群となることから

$$dv = \frac{1}{1+(e_1)_{\eta=0}} \left(\frac{\partial e_1}{\partial \eta} d\eta + 0.434 C_c \frac{dp}{p} \right) \quad (1)$$

ただし、 dv : 体積ひずみ増分、 e_1 : $P=1$ における相対含水量比、 C_c : 圧縮指数

P : 平均主応力、 $\eta = \sigma_z/p$ = 主応力差/平均主応力

が成立することが一般に認められている。一方、粘土のヤング率を E 、ポアソン比を ν とすれば、

$$dv = \frac{3(1-2\nu)}{E} dp + p \cdot d \left(\frac{3(1-2\nu)}{E} \right) = K dp + p dK \quad (2) \quad \text{ただし } K = \frac{3(1-2\nu)}{E}.$$

$$dK = \frac{\partial K}{\partial p} dp + \frac{\partial K}{\partial \eta} d\eta \quad \text{とあらわすと、(2)式は } dv = \left(p \frac{\partial K}{\partial \eta} \right) d\eta + \left(K + p \frac{\partial K}{\partial p} \right) dp \quad (3)$$

$$(1) \text{式と(3)式の右辺第2項を等置すれば } \frac{C'_c}{P} = K + p \frac{\partial K}{\partial p} \quad \text{..... (ただし } C'_c = \frac{0.434 C_c}{1+(e_1)_{\eta=0}})$$

この式を K について解き、 ν は η のみの関数と仮定すると、

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{P} \left\{ C'' \ln p + \frac{1}{E_1} \right\} \quad (4) \quad \text{ただし、} C'' = \frac{C'_c}{3(1-2\nu)}, \quad E_1 \text{ は } p=1 \text{ のときの } E.$$

(4)式は、 $C'' \ln p$ が $1/E_1$ に比べて小さければ、 P/E は P によらず一定値となることを示している。(3)式を(4)式を用いて書き直すと、

$$dv = C'_c \frac{dp}{p} + \left\{ 3(1-2\nu) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{E} \right) - \frac{6}{E_1} \frac{\partial \nu}{\partial \eta} \right\} d\eta \quad (5)$$

つぎに、長軸方向の圧縮ひずみを ε_z 、半径方向の圧縮ひずみを ε_r とし、 $\varepsilon = |\varepsilon_z - \varepsilon_r|$ と書くと

$$d\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_z + \sigma_z \cdot d \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \quad (6) \quad \text{ただし、} \sigma_z = |\sigma_z - \sigma_r| = \eta \cdot p, \quad \therefore d\sigma_z = \eta dp + p d\eta$$

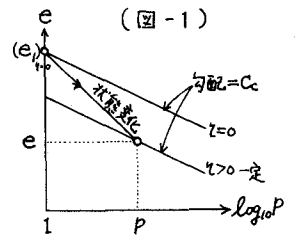
$$(6) \text{式に(4)式を代入すると、} d\varepsilon = \nu' C'_c \frac{\eta}{p} dp + \left[(1+\nu) \left(C'' \ln p + \frac{1}{E_1} + \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{E} \right) \right) + \left\{ C''(1+6\nu') + \frac{1}{E_1} \right\} \eta \frac{\partial \nu}{\partial \eta} \right] d\eta \quad (7)$$

ただし、 $\nu' = \frac{1+\nu}{3(1-2\nu)}$ 。(7)式において、 $\eta=0$ を考えると

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\eta} \right)_{\eta=0} = (1+\nu) \left\{ C'' \ln p + \left(\frac{1}{E_1} \right)_{\eta=0} \right\} \quad (7)' \quad \text{となり、三軸試験の応力～ひずみ曲線の初期接線係数の式となる。}$$

($C'' \ln p$ が $(1/E_1)_{\eta=0}$ に比べて小さければ、接線係数は P や dp によらず一定となることかわかる。) また、(5)式と(7)式の比をとり、 $d\eta=0$ を考えると

$$\frac{1}{\nu'} = \frac{3(1-2\nu)}{1+\nu} = \eta \left(\frac{dv}{d\varepsilon} \right)_{d\eta=0} \quad (8)$$



可得られ、異方圧密試験から ν が求められることになる。図-2は、乱さない大阪
 ちゃん積層粘土(文献1)および繰返し乱れ液粘土(文献2)の結果を示している。
 ・ただし、 $1/\nu' = 0$ ($\nu = 0.5$)に対応する応力比は、破壊状態をあらわしている。
 ・図の横軸を η であらわすと、圧縮試験では $\eta/(1+\frac{\eta}{3})$ 、Extensionでは
 $\eta/(1-\frac{\eta}{3})$ となる。また(8)式を主いすみであらわすと

$$\left(\frac{dE_t}{dE_a}\right)_{\eta=\text{const}} = \frac{1-\nu'\eta}{1+2\nu'\eta} \quad (8)' \quad \text{すなわち、異方圧密中の}$$

主いすみ比は、 P によらず一定となる。図-3は文献2の図-5を書き直したものである。

2. $1/E_t$ の計算

(5)式および(7)式は、 ν および $1/E_t$ の形を決めなければ、利用価値は少ない。ところが、 ν は、図-2に示す
 ように η が大きくないところではあまり変化しないので、便宜上、 $\nu = \text{const.}$ とあけるであろう。 E_t を求めるた
 めにエネルギー式を立てると、

$$p d\nu + \frac{2}{3} g dE = p(d\nu_s) + \frac{2}{3} g(dE_s) + dW \quad (9)$$

ただし、 $p(d\nu_s) + \frac{2}{3} g(dE_s)$ は弾性いすみエネルギー増分、 dW は、 $dp=0$ および $d\eta=0$ の場合を加え合せて

$$dW = \frac{2}{3} M p(dE)_{dp=0} + p(d\nu)_{dp=0} - p(d\nu_s)_{d\eta=0} - \frac{2}{3} g(dE)_{d\eta=0} - \frac{2}{3} g(dE_s)_{d\eta=0} \dots \quad (\text{ただし、} M = \eta_{max})$$

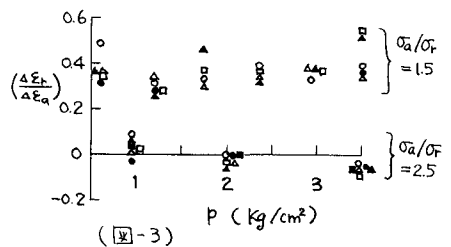
と仮定すると、(9)式は

$$\frac{\partial E_t}{\partial \eta} + \frac{2}{3} (\eta - M) \left\{ \nu' (C_s'' - C_s') \ln p + \frac{\nu'}{E_t} + \nu' \eta \frac{\partial E_t}{\partial \eta} \right\} = 0 \quad \text{ただし } C_s' = \frac{G'}{3(1-\nu\nu')} \quad (10)$$

(10)式において、 $\nu' (C_s'' - C_s') \ln p$ を無視すると、

$$\frac{1}{E_t} = \left(\frac{1}{E_t}\right)_{\eta=0} \cdot \frac{e^{\eta\nu'}}{\sqrt{\frac{2}{3}\nu'(\eta-M)\eta+1}} \quad \text{ここに } f(\eta) = \sqrt{\frac{(2/3)\nu'M^2}{4-(2/3)\nu'M^2}} \cdot \tan^{-1} \frac{\sqrt{(2/3)\nu'(4-\frac{2}{3}\nu'M^2)} \cdot \eta}{2 - \frac{2}{3}\nu'M\eta} \quad (11)$$

文献1のデータによれば、いすみ制御式の三軸圧縮試験では $M=1.29$ 、また図2より $1/\nu' = 0.8$ として(11)式
 を計算すると、図-4の実線のようになる。また、Extension試験では $\eta_{max} = M'$ とし、圧縮と同じ中を持つと
 考えると、 $M' = M/(1+\frac{\eta}{3})$ であるから、これを(11)式に入れればよい。計算結果は図4の破線のようなのである。
 ただし、圧縮とExtensionでは $(1/E_t)_{\eta=0}$ がことなっている。
 実線と破線をそのまま比較することはできない。なお、(10)式
 より直ちに、 $\left(\frac{dE_t}{d\eta}\right)_{\eta=M} \equiv 0$ であることがわかる。



3. 問題点 $(1/E_t)_{\eta=0}$ を求めるには、(7)'式にならねばならず
 面倒である。すなわち、小さい η によるクリープ試験を行なう必
 要がある。また $\left(\frac{d\nu}{d\eta}\right)_{\eta \rightarrow M} > 0$ とすると、 dE は妥当な形にな
 るが、 $(d\nu)_{\eta \rightarrow M} < 0$ となり、あまり一般的ではない。

文献1: 軽部・玉井「異方圧密中のタイレイタンスーに
 ついて」オク回土質工学研究発表会
 文献2: 玉井・笛村「土のストレスプルーアテストにつ
 いて」本概要集。

