

京都大学 工学部 正会員 住友 恒  
大阪府 正会員 ○橋本 透  
京都大学 工学部 学生会員 高見 享

### 1. はじめに

薄層流とは一般に水深の小さな流れを示し、本研究では境界層(boundary-layer)の影響の大きな薄層流における水質分散の機構解明を主眼とする。比較的水深の小さな実際の河川でも、よどみ部等の存在がboundary-layerと類似の効果をもたらすとも考えられ、薄層流に関する本研究の成果については、応用範囲も乏しくないものと考えている。すなわち、薄層流では水質物質はfriction forceの小さな領域に入った場合短時間のうちに流出するが、friction forceの大きな領域に入った場合は、長時間流体中にとどまる。この種の挙動が、薄層流に特有の分散係数をもたらすものとする。しかし本研究では、まず薄層流の水質分散機構をとりあえず一括して分散係数として把握し、その特性を探ってみる。さらに流れをモデル化して、数値解析を行う方法についても一つの提言を行う。

### 2. 分散係数の解析

開水路における分散係数 $D$ は、Elderによれば次式で表現される。

$$D = -h^2 \int_0^w u' \left[ \int_0^w E_z^{-1} \left( \int_0^w u' dw \right) dw \right] dw \quad (1)$$

$h$ : 水深  
 $u' = u - \bar{u}$   
 $w = y/h$   
 $E_z$ : 縦方向拡散係数

浅水深のとき起ると考えられる放物線流速分布式 $\bar{u}/u_m = u_m/2h \{1 - y^2/2h^2\}$ を式(1)に代入すると次式が得られる。

$$D/u_m = (0.057 L/E_z) \times (\bar{u}/u_m)^3 \quad (2) \quad L: \text{動粘係数}$$

式(2)は、薄層流の流速分布が放物線で表現されるような層流領域では、分散係数は $\bar{u}/u_m$ の3乗に比例して増加してゆくことを示している。また完全乱流場では式(2)に対数流速分布式を代入することにより式(3)の形で求められる。

$$D/u_m = 5.93 \quad (3)$$

式(2),(3)より、分散係数 $D$ は層流領域では $u_m$ とともに増加し、遷移領域に入ると縦方向の乱流拡散や速度分布の変化により減少し、完全乱流場になると従って $D/u_m$ は5.93に近づくものと考えられる。

### 3. 実験的検証

3-1 実験方法 上述の式(2)から式(3)に基づき挙動を以下実験によって検証しておく。数cmオーダーの水深の流れに対しては、図-1の開水路を用い、数mmオーダーの流れに対しては図-2の塩ビ平板を用いて実験を行った。上流側よりトレーサーとしてNaCl溶液を投入し、開水路では下流側に3~5塩ビ平板で装置上1点の時間的濃度変化を、レコーダーを用いて測定した。結果については、分散係数を次式で算定し整理した。

$$D = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} (\sigma^2) = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} (\bar{u} \sigma^2) \quad (4) \quad \sigma: \text{標準偏差}$$

式(4)より、 $\frac{1}{2} (\bar{u} \sigma^2)$ と平均滞留時間 $(t)$ との直線の勾配より分散係数を求めた。

### 3-2. 結果の考察

開水路及び平板上の平均流速 $(\bar{u})$ と、2つ抵抗 $(u_m)$ との関係は、図-3に、また分散係数 $[D/u_m]$ と平均流速 $(\bar{u})$ の関係は図-4に示す。

図-1

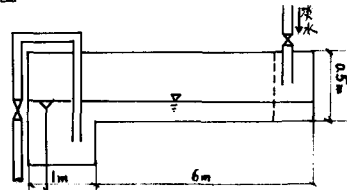


図-2

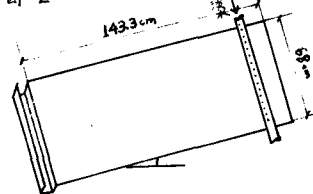


図-4の曲線は式(2)に

$Fr=10^{-5}$  (NaClの分子拡

散係数)を代入したも

のである。これを見る

と、層流領域では $\bar{u}/u_\tau$

が増加すると分散係数

も増加するが、遷移領

域に入ると分散係数は

急激に減少し、完全乱

流場での値 $\bar{u}/u_\tau=5.93$

に近づいていくのが特

徴である。実験では、

流れ方向に直角方向の分散の影響を受け、完全乱流場では理論値5.93よりも

やや大きな値になった。以上の結果より、薄層流の解析を行う場合、遷移領

域の分散係数は流れにより急激に変化するため、一次元分散方程式( $\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ )

を用いることが非常に難しいことがわかる。その意味から、次に述べる解

析法が有効であろう。

4. 薄層流における分散解析法に関する提言

上記困難性を考慮して、以下の方法をいとも提言しておく。まず薄層流の

特性を考慮して、流相を2層にわけ流速を2段階に近似する。そして下層を

boundary-layerの割合と考え、速度欠損がすべてその中で起ると考える。こ

のとき一次元分散方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{上層 } \frac{\partial C_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} = \frac{r}{(1-r)h} (C_2 - C_1) \\ \text{下層 } \frac{\partial C_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} = \frac{r}{rh} (C_1 - C_2) \end{array} \right\} \text{--- (5)}$$

$r$ : boundary-layerの割合  
 $r$ : 見かけの対流量

$u = \frac{dx}{dt}$  より式(5)は式(6)のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{上層 } \frac{dC_1}{dt} = \frac{r}{(1-r)h} (C_2 - C_1) \quad u_1 = \frac{dx}{dt} \\ \text{下層 } \frac{dC_2}{dt} = \frac{r}{rh} (C_1 - C_2) \quad u_2 = 0 \end{array} \right\} \text{--- (6)}$$

式(6)を差分化して、 $r, r$ をパラメーターにすることにより、場所的・時間的濃

度変化を追跡することが出来る。この時分散の効果と、boundary-layerの効果

と乱れ( $r$ )による効果の両者よりとらえることが出来る。 $\bar{u}/h \sim \bar{u}/u_\tau$ ,  $r \sim \bar{u}/u_\tau$

$\bar{u}/h \sim \bar{u}/u_\tau$ の解析結果は図-5、図-6、図-7に示す。上記解析より、次の諸実が指

摘出来る。

(1) 薄層流のように分散係数が急激に遷移領域で変化する流れでは、分散係数

を使わない $r$ - $\bar{u}$ 解析モデルが有効である。(2) 平均流速が増加すると乱れ( $\bar{u}/h$ )も増加するが、boundary-layerの割

合( $r$ )はほぼ一定値をとる。(3) boundary-layerが一定の範囲内にあるとき、乱れが増加すると分散も増加する。

5. おわりに

今後は、実験の定量精度の高揚をはかるとともに比較的水深の浅い実河川での分散係数の測定や解析モデルの適

用限界も調べてゆきたいと考えている。なお本研究は、京都大学末石富太郎教授の指導によるものである。また

昭和47年度文部省試験研究 705098 の研究成果の一部である。

参考文献 J.W. Elder "The dispersion of Marked fluid in turbulent shear flow", Boundary layer theory, 他

図-3

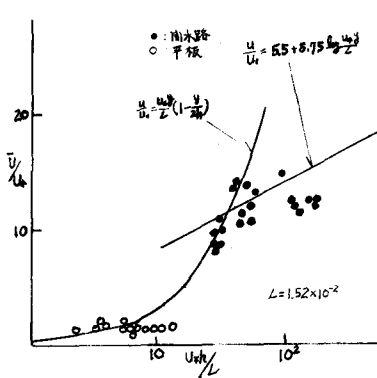


図-4

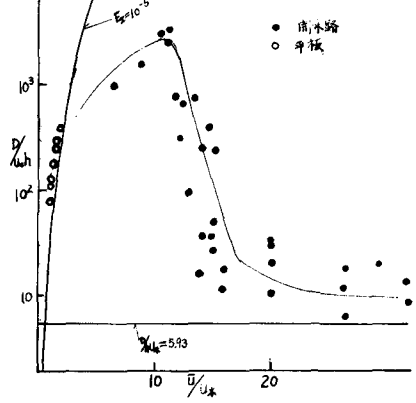


図-5

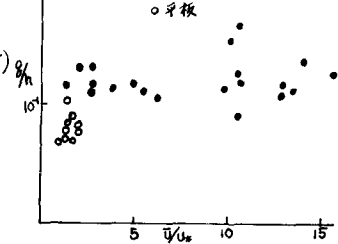


図-6

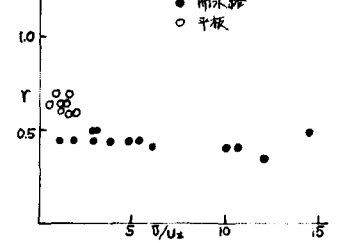


図-7

