

埼玉大学 理工学部 嶋 祐之

はじめに 本研究は、海面の潮汐による変動、あるいは河口湖の水利用による湖面変動等に伴う透水層内の浸透流の動的挙動を明確にするための基礎研究である。すなわち、理論解析の上では、透水層は水平および鉛直方向に異方性を持つとし、さらに水平流速のみならず鉛直流速効果を考慮した二通りの解析方法を提示し、透水層に現われる波動特性を検討した。次に、実験の上からは、砂層モデルと Hele-Shaw モデルの二通りのものを使用し、これに潮汐発生装置を接続させた実験を行なうことにより、両者における現象面での相違性を見出すとともに、前述の解析結果との比較検討を行なったものである。

1) 理論解析

(1) 鉛直流速効果を考慮した一次元流の取扱 筆者は、才23回年次講演会で、鉛直流速の影響を考慮した堤体浸透流の非定常現象に関する基礎方程式を発表したが、これと同一手法で、さらに透水層の異方性を考慮すれば、次式が導かれる。

$$\lambda \frac{\partial h}{\partial t} = k_x \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\nu}{3} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ h^2 \frac{\lambda \frac{\partial h}{\partial t} - k_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2}{1 + \nu \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2} \right\} \quad \text{----- (1)}$$

また、海と透水層が接する断面での境界条件は次式のようになる。

$$\bar{h}_0 = h_0 \left\{ 1 + \frac{\nu}{2} h_0 \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)_0 \right\} \quad \text{----- (2)}$$

こゝに $\nu = k_x/k_y$, h --- 水深

k_x, k_y --- 水平、鉛直方向の透水係数

$\bar{h}_0$ --- 海水深, h_0 --- 海と接する透水層水深

λ --- Porosity, H --- 平均水深

上式において、 $h = H + \eta$ とおき、 η の微小項を省略し、さらに無次元化を行なえば、(1) および (2) に対応しそれぞれ (3) および (4) が導かれる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial \xi^2} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \xi^2} \quad \text{----- (3)}$$

$$\bar{\xi}_0 = \xi_0 + \frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial \xi^2} \right)_0 \quad \text{----- (4)}$$

こゝに $k_x t / \lambda H = \tau$, $\eta / H = \xi$, $x / H = \xi$ ----- (5)

いま、 $\xi = 0$ において $\bar{\xi}_0 = a \sin \mu \xi$ の海面変動があり、また透水層が半無限に続いていさすれば $\xi = \infty$; $\xi = 0$ であるので、(3) の解を $\alpha > 0$ とし次式のように仮定する。

$$\xi = b e^{-\alpha \xi} \sin \mu (\tau - \beta \xi) + c e^{-\alpha \xi} \cos \mu (\tau - \beta \xi) \quad \text{----- (6)}$$

(6) を (3) に代入することより、 α および β を決定すべき条件式は、 ν および μ をパラメータとして次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\nu}{3} \{ (\alpha^2 - \mu^2 \beta^2) - 4\alpha^2 \beta^2 \mu^2 \} + (\alpha^2 - \mu^2 \beta^2) &= 0 \\ \frac{\nu}{3} (\alpha^2 - \mu^2 \beta^2) 4\alpha \beta \mu + 2\alpha \beta \mu - \mu &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (7)}$$

一方、(6) を (3) に代入し、さらに (4) を考慮することにより、 b および c を決定すべき条件式が求められる。

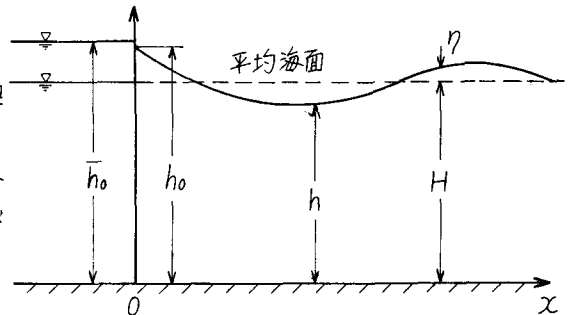


図-1 透水内の波動現象

$$\left. \begin{aligned} \left\{ 1 + \frac{\nu}{2}(\alpha^2 - \mu^2 \beta^2) \right\} b - \frac{\nu}{2} 2\alpha\beta\mu c &= a \\ \frac{\nu}{2} 2\alpha\beta\mu b + \left\{ 1 + \frac{\nu}{2}(\alpha^2 - \mu^2 \beta^2) \right\} c &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (8)}$$

(7)は無次元化された波動の減衰係数および波速の逆数を与えるものであり、それらの数値計算結果は図-2および図-3に示されている。なお、等方性で鉛直流速を無視した最も簡単な場合には、 $\alpha = \sqrt{\mu/2}$ および $\beta = \sqrt{1/2\mu}$ の関係が成立する。一方、(8)は透水層内波動の振幅および位相差を与えるものである。

(2) 二次元流の取扱いは 水平および鉛直方向の Darcy 法則と連続の方程式から、浸透流の速度ポテンシャル $\phi' = \frac{P}{\rho g} + y$ は次式を満足する。

$$k_x \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} = 0 \text{----- (9)}$$

ここで、新しく自由表面の変動量を h とし

$$\left. \begin{aligned} \phi'/H &= \phi, \quad x/H = \xi, \quad y/H = \eta, \quad k_x/k_y = \nu \\ k_x x/H &= \tau, \quad h/H = \xi', \quad \xi = \sqrt{\nu} \xi', \quad \eta = \eta' \end{aligned} \right\} \text{ (10)}$$

において(9)を無次元化すれば、次式が求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta'^2} = 0 \text{----- (11)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{境界条件は} \quad \eta' = -1, \quad \frac{\partial \phi}{\partial \eta'} = 0; \quad \eta' = 0, \quad \nu \frac{\partial \phi}{\partial \tau} = -\frac{\partial \phi}{\partial \eta'} \\ \xi' = \infty, \quad \phi = 0; \quad \xi' = 0, \quad \xi_0 = a \sin \mu \tau \end{aligned} \right\} \text{ (12)}$$

この場合には、海と接する断面での境界条件を厳密に満足させる解を見出すことが出来なかったが、(11)および(12)の式1~3を満足する解の特性として、次式が成立する必要があることが知られた。

$$\left. \begin{aligned} \alpha \coth \mu \beta - \mu \beta \cot \alpha &= \nu \mu \\ \alpha \tanh \mu \beta + \mu \beta \tan \alpha &= \nu \mu \end{aligned} \right\} \text{----- (13)}$$

上式は、前の場合の(7)に対応すべきもので、波動特性 α および β を決定すべき条件式である。上式の解は無数に存在するので、 ϕ は次式のような型式をとることが知られる。

$$\begin{aligned} \phi = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\alpha_n}{\sqrt{\nu}} \xi} \left\{ \left[C_{1,n} \cos \alpha_n (\eta+1) \operatorname{ch} \mu \beta_n (\eta+1) + C_{2,n} \sin \alpha_n (\eta+1) \operatorname{sh} \mu \beta_n (\eta+1) \right] \sin \mu \left(\tau - \frac{\beta_n}{\sqrt{\nu}} \xi \right) \right. \\ \left. + \left[-C_{1,n} \sin \alpha_n (\eta+1) \operatorname{sh} \mu \beta_n (\eta+1) + C_{2,n} \cos \alpha_n (\eta+1) \operatorname{ch} \mu \beta_n (\eta+1) \right] \cos \mu \left(\tau - \frac{\beta_n}{\sqrt{\nu}} \xi \right) \right\} \end{aligned} \text{ (14)}$$

しかし、 $\xi = 0$ の境界条件から $C_{1,n}$ および $C_{2,n}$ を簡単には決定する訳には行かないので、この点に關しては今後の検討に待たなければならない。

(13)を満足 α および β の1番目の根を求め、現実の場合での無次元減衰係数 $\alpha/\nu = \tilde{\alpha}$ および波速の逆数 $\beta/\sqrt{\nu} = \tilde{\beta}$ を ν および μ をパラメーターとしてグラフに示したものが、それぞれ図-4および5である。

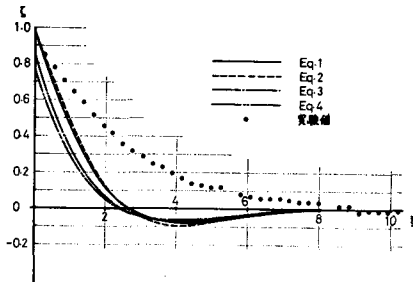
図-2 ~ 図-5より以下の事項が指摘される。①; μ の値が小さい範囲では、異方性の影響が少なく、また鉛直流速を無視した場合と殆ど一致する。②; 一般に μ の値が大きくなれば減衰は著しくなり、また波速は増加する。③; 異方性の減衰係数に及ぼす影響はかなり複雑であり、 μ の小さい範囲では ν の値の大きいほど減衰係数はもっと大きくなるが、 μ の値が大きくなるにつれその傾向は逆転する。④; 異方性の波速に及ぼす影響は比較的単純であり、 ν の値が大きくなるほど単調に波速は増大する。⑤; 2種の解析結果を比較すると ν の値が極端に1より大きくならない場合には、 μ の値がかなり大きくなっても相当に良く一致する。⑥; 二次元流の取扱ひの方が理論的には厳密であっても、境界条件を満足する解が得られ難い現状では⑤の事項より一次元流の取扱ひがかなりの精度で用いられるべきであるとの結論に達する。

2) 実験

(1) 砂層モデル 長さ6m、幅0.2m、深さ0.55mの砂層区画 ($2.5mm > d > 0.6mm$) の一端が水槽と接しており、水槽水位は潮汐発生装置により正弦波的に上下するような条件下で実験は行われた。図-6は実験と理論結果の比較の一例である。Eg. 1は異方性、鉛直流速をともに無視したもの、Eg. 2は同じ条件で方程式の非線型を考慮したもの、Eg. 3は本解析法で $\nu=1$ 、Eg. 4は同じく $\nu=1.44$ とした計算結果である。この図より、何れも理論も実験結果とは著しく異なることが知られる。

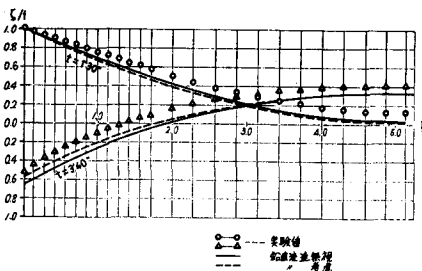
(2) Hele-Shawモデル 長さ0.9m、間隙幅2mmのモデルの一端を水槽とし、前と同様に水槽水位を変化させ、恒温室内で実験は行われた。この実験は、前述の差異が解析手法の誤りか、その他の理由によるものかを検証するためのものである。図-7は理論と実験の比較の一例であるが、前の場合とは比較にならないほど良く一致する。ただ細かく見ると実験値は全般的に理論値より上方に片寄った印象を受ける。また、周期6分、振幅7mmであるが、この程度では鉛直流速効果がそれほど強く現れにくい。なお、実線は鉛直流速を無視、破線は考慮した理論値である。

砂層モデルでは、現象がHele-Shawモデルより複雑であるので、透水機構を自らをさらに詳しく調べ解析手法に反映させる必要があると考えられる。



砂層モデルの実験および理論結果の比較

図-6



Hele-Shawモデルの実験および理論結果の比較

図-7

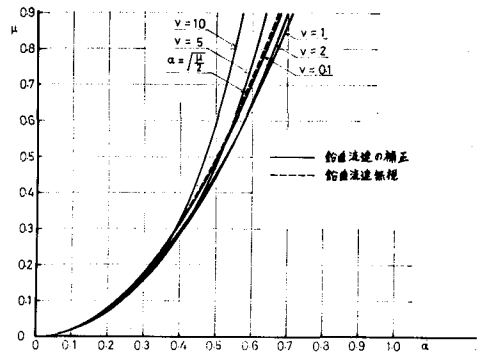


図-2

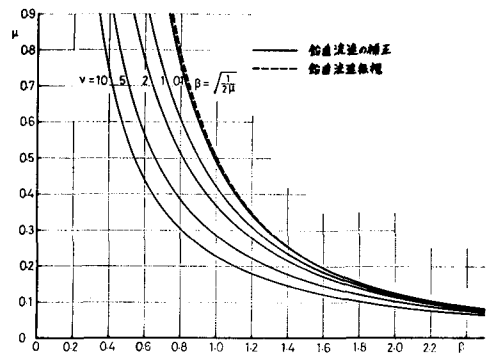


図-3

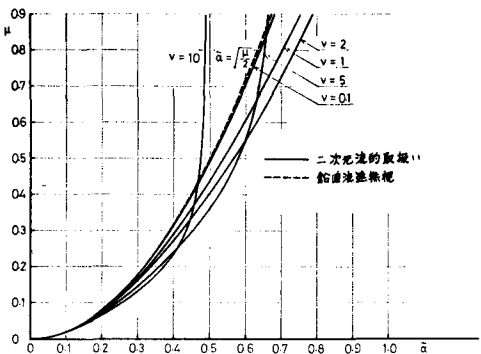


図-4

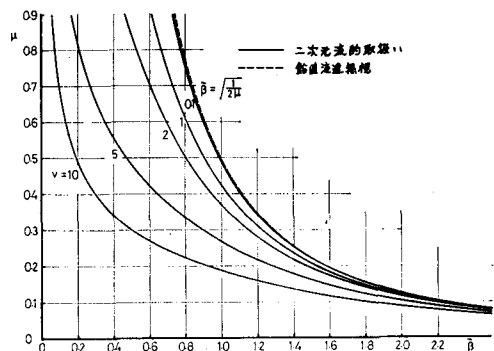


図-5