

まえがき

有限要素法 (FEM) が自由水面をもつ非定常浸透流の解析に有用なことは明らかであり、その適用と若干の検討をすでに発表した。本報告は、河海水面が周期的に変動する波動地下水流の解析に、これら FEM の計算結果、従来の理論解<sup>1)</sup>、実験値<sup>2)</sup>を用いて比較検討し、非定常挙動の特性を若干究明したものである。

### 1. 現象および FEM の基本式

対象となる浸透領域は図1に示す帯水層とし、河海水位の振動に伴って波動が帯水層内部へ進入する場合の一次元的現象の基本式<sup>3)</sup>は(1)式、 $x=0$  で  $\phi = h + \frac{H}{2} \cos \omega t$  を与える場合の解は(2)式となる。

(1) 式において  $g$  項が省略できる場合、振幅減衰係数 ( $m_A$ )、位相係数 ( $m_L$ ) は(3)式となる。

一方、このような流れの場において(4)式の準調和方程式が成り立つと考えることができる。(2次元流れ) その場合、FEM の適用が可能である。いま、所定の要素  $e$  について(5)式が成立するとき、最小化過程の最終方程式は  $m$  英、 $t$  時について(6)式が、全体系に

ついて(7)式となる。また、 $\{\partial \phi / \partial t\}$  の値が  $\Delta t$  間に直線的に変化すると仮定し、中央差分式を用いると、(7)式の漸化式は(8)式となる。なお、 $t - \Delta t$  時の  $\{\phi\}$ 、 $\{\partial \phi / \partial t\}$  の値は(7)式から求める。

### 2. 実験および計算条件

実験は図1の領域を単純化し、 $l/2$  区間を対象とした。装置は Hele-Shaw (25<sup>mm</sup> × 42<sup>mm</sup>、間隔 1.44<sup>mm</sup>、両面ガラス板) と鋼製砂槽 (幅 45<sup>mm</sup>、100<sup>mm</sup> × 300.7<sup>mm</sup>、片面ガラス) と、試料砂 ( $\alpha_0 = 0.56$ 、 $\alpha_0 = 0.177$ 、 $d_m = 0.57$ 、 $k = 0.034$  cm/s、海砂) を用いた。計算と対応する実験ケースの諸元を表1に示す。

FEM の計算領域は上記の実験と同一であり、三角形要素の分割例を図2に示す。上図の節英数は 74、要素数は 110、自由水面節英は 19、既知英 (・EP) は 5、 $\Delta t$  は表1に示す。演算時間は  $\Delta t$  ステップ当たり 4.3 sec 弱、計算には FACOM 230-60 (京大) を使用した。

つぎに、(2)、(8)式の値と実験値とを比較するため、図3のように各値を整理する。いま、(2)式の  $x=0$ 、 $x=x_n$  英の最高水位を  $\phi_0$ 、 $\phi_n$  とすれば、 $A_n = \phi_0 / \phi_n = \exp(-m_A x_n)$ 、 $L_{tn} = m_L / \omega$ 、 $\log \bar{A}_n = -(\bar{m}_A / 2.30) \cdot x_n / l$ 、 $\bar{L}_{tn} / l = (\bar{m}_L / 2\pi) \cdot x_n / l$ 、 $\bar{m}_A = (2.30 / l) \bar{m}_A$ 、 $\bar{m}_L = (2\pi / l) \bar{m}_L$ 、(11)式から  $\bar{m}_A$ 、 $\bar{m}_L$  が求まる。なお、FEM の値を  $\hat{m}_A$ 、 $\hat{m}_L$ 、実験値を  $\bar{m}_A$ 、 $\bar{m}_L$ 、(3)式の値を  $m_A$ 、 $m_L$  として区別する。

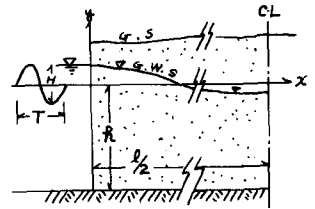


図1. 領域の概略図

表1. 諸元 (I) Hele-Shaw model

| NO | T   | H    | $\bar{h}$ | $\bar{h}$ | % $\Delta t$ |   |
|----|-----|------|-----------|-----------|--------------|---|
| 3  | 30  | 2.92 | 11.15     | 6.253     | 70           | ○ |
| 8  | 60  | 3.72 | 11.30     | 6.160     | 70           | ○ |
| 10 | 30  | 2.30 | 11.50     | 1.377     | 85           | ○ |
| 14 | 60  | 2.32 | 11.30     | 1.446     | 85           | ○ |
| 17 | 120 | 2.34 | 11.38     | 1.446     | 85           | ○ |
| 20 | 120 | 1.92 | 11.48     | 0.204     | 100          | ○ |
| 19 | 240 | 2.76 | 11.13     | 0.204     | 100          | ○ |
| 18 | 480 | 3.69 | 11.33     | 0.204     | 100          | ○ |

(II) Sand model.

| NO | T   | H    | $\bar{h}$ | $\Delta t$ |   |
|----|-----|------|-----------|------------|---|
| 19 | 30  | 4.49 | 43.09     | 1          | ⊗ |
| 14 | 60  | 5.62 | 43.09     | 2          | ⊗ |
| 2  | 120 | 5.74 | 43.25     | 4          | ⊗ |
| 8  | 240 | 5.62 | 43.09     | 8          | ⊗ |
| 11 | 480 | 5.51 | 42.74     | 16         | ⊗ |

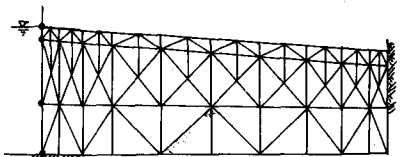


図2. 計算領域の要素分割例

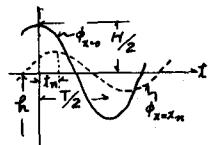


図3. 資料整理記号図

### 3. 結果の対比と考察

実験の各ケースに対応する理論値、FEMの値を整理し、 $m_a$ 対 $\bar{m}_a$ ,  $\bar{m}_L$ 対 $\bar{m}_L$ をプロットすると図4となる。これらについて次の各項のようにまとめられる。

(i) Hele-Shaw実験値は、(3)式の値およびFEM値とよく一致する。ただし、 $\bar{m}_a$ のズレは水位測定誤差に因ると考える。

(ii) Sand-Model実験値は $\bar{m}_a$ と $m_a$ の間では良好に一致するが、 $\bar{m}_L$ へ $m_L$ はとくに $T < 120 \text{ sec}$ の場合に $\bar{m}_L < m_L$ となる。

(iii) S.M.実験値に対応するFEM値は、 $\tilde{k}_x = 0.24$ ,  $\lambda = 0.10$ の値を用いて計算した結果を図4に示してある。この $\tilde{k}$ は当初の $k$ の値の10倍であり、 $\lambda$ とともに次項で検討する。

以上の結果から、(i)に対応する $\tilde{k}$ ,  $\omega$ ,  $\lambda$ について、(3)式およびFEMの適用に問題はないが、 $k$ が小さくなると適用限界とみられる周波数の値が存在すると考えられる。

### 4. 検討とまとめ

No.14の条件について、 $k$ の値を種々変化させて $\bar{m}_a$ ,  $\bar{m}_L$ を求めた結果と、 $k_x > k_y$ とした場合の結果を図5に示す。また、同様に $\lambda$ の値を変化させた結果を図6に示す。これらの結果とNo.14の $\bar{m}_a$ ,  $\bar{m}_L$ ,  $m_a = m_L$ の各値と比較すると、

(iv) 図5の $P=10$ のとき、 $\bar{m}_L$ ,  $\bar{m}_a$ と $m_a = m_L$ とが一致するが、

他の $P$ ではFEM値と(3)式の値とが異なる傾向を示す。(v) 図6から(3)式の値は $\lambda = 0.10$ のとき、

$\bar{m}_L$ より $\bar{m}_a$ に近く(ii)の理由が説明される。FEMの値とは $k_x/k_y = 50$ であるから一致しない。

(vi) 図の実験値との対比から、(iii)の $\tilde{k}$ と $\lambda$ の値が推測できる。

このように、実験値を良好に近似するために選んだ値は、FEMの計算では $\tilde{k} = 10k$ となり、不自然である。すなわち、限界周波数を越えていこうと考えると、これら $k$ と $\lambda$ の値の決定は、 $\omega$ の値を考慮して吟味すべきであり、(1)式、(4)式の両者の成立条件を支配する重要な問題である。実用上は、帯水層定数の試験あるいは計算試行によって十分検討する必要がある。

以上の結果を総合して、(vii) (1)式と(4)式の成立限界はほぼ同等と考えてよいが、適用限界は透水係数に関係するある周波数値で決まり、 $k$ が小さい程、 $\omega$ も小さくなる傾向がある。(viii) 本研究に用いたFEMのソフトプログラムは(i), (ii)から良好なことがわかる。(ix) このFEMの精度評価を実験値との対比以外に究明する必要がある。

文献 1) 大橋：農工中級講義, pp24-25, 1972.11. 2) 大橋：農工学全大講, 1973.7. 3) 石原：応用水理学(上). 4) 大橋：農工学全大講, pp17-18, 1971.5. 5) 吉識：ポソックス有限要素法, 1971.3増刊

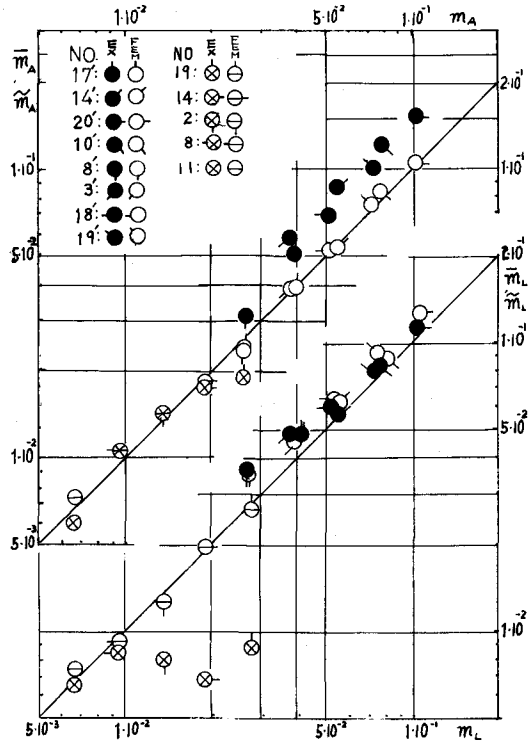


図4. 実験値, 理論値, FEM値の対比図。

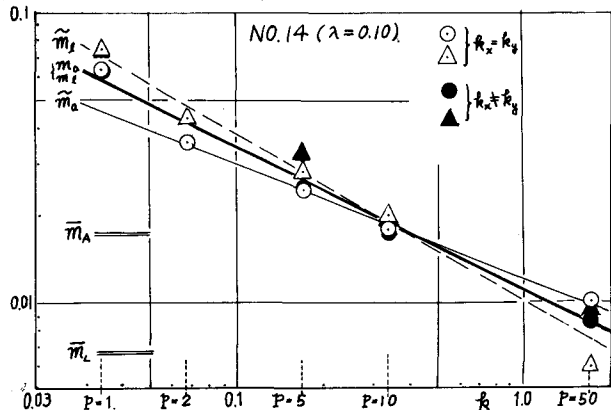


図5. 透水係数の変化に対する $\bar{m}_a$ ,  $\bar{m}_L$ の値と他の値との比較

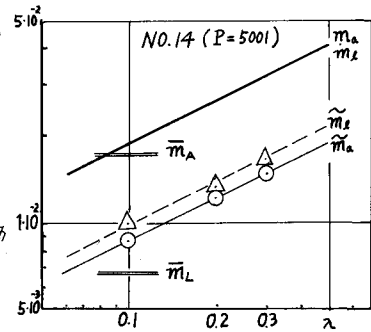


図6. 有効間隙の変化に対する $\bar{m}_a$ ,  $\bar{m}_L$ の値。