

II-175 淡水注入暗きよによる非定常時の淡塩境界面の近似解析

九州大学 工学部 正員 上田年比古
九州産業大学 工学部 正員 O 杉尾 哲

1. まえがき 本報は、海水で飽和された地盤中に円形暗きよを埋設して、暗きよから淡水を注入した場合に地盤中に形成される淡塩境界面の形状について解析したものである。その一部はすでに第17回水理講演会において報告したが、その後淡水の二つの流れを重ね合わせてできる領域境界面と淡塩境界面との相似性について再検討し、さらに粘性係数がほとんど同じ二種類の油を使って Helle-Shaw 実験を行なったのでその結果を報告する。

2. 基本的考え方 まず図-1のように暗きよから海水飽和地盤中に淡水を注入して、定常状態に達した場合について考える。淡水、海水の密度を ρ_f, ρ_s とおいて、淡塩境界面における淡水のもつポテンシャルを考えると、境界面上の任意点 A では、圧力のエネルギーはその点の海水圧に等しいから $P_A = \rho_s g h - \rho_s g y$ 。位置のエネルギーは $\rho_f g y$ 。したがって

$$\Phi_A = \rho \left\{ (\rho_f g h - \rho_s g y + \rho_f g y) / \rho_f g \right\} = \rho h - \rho \epsilon y \quad (1)$$

$$\epsilon = (\rho_s - \rho_f) / \rho_f$$

すなわち淡塩境界面における淡水のポテンシャルは下方に $\rho \epsilon$ の勾配で直線的に増加していることになる。また境界面以外の海水

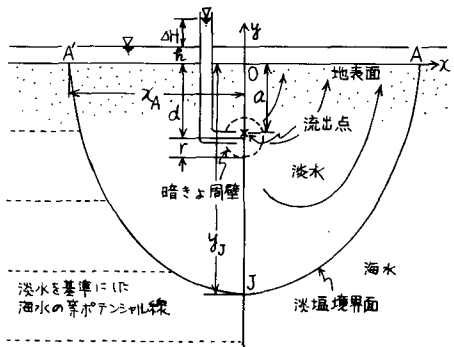


図-1 流れの場合 (x 平面)

領域中に、内部を淡水で満たした観測井を設けて水頭を測定する場合を想定すると、この場合にも式(1)が成立する。このような海水領域のポテンシャル分布は垂直上方に向う淡水の等速平行流れのポテンシャル分布と似ている。したがって、淡水注入暗きよから流出する淡水の流れと、垂直上方に向う淡水の等速平行流とを重ね合わせれば、この結果えられる二つの流れの領域境界面は淡塩境界面に近似するのではないかと考えた。

3. 定常時の淡塩境界面 垂直上方への平行流の複素ポテンシャルを $i \left(\frac{\rho \epsilon}{m} \right) z$ とおくと、上記の二つの流れの重ね合わせとして、次式がえられる。

$$W = \frac{q}{2\pi} \ln(z - ai) / (z + ai) + \rho h - i \left(\frac{\rho \epsilon}{m} \right) z \quad (2)$$

これに $z = x + iy$ を代入して実数部と虚数部にわけると、速度ポテンシャルと流れ関数は

$$\Phi = \frac{q}{4\pi} \ln \frac{x^2 + (y-a)^2}{x^2 + (y+a)^2} + \rho h - \rho \frac{\epsilon}{m} y \quad (3), \quad \psi = \frac{q}{2\pi} \tan^{-1} \frac{2ax}{a^2 - x^2 - y^2} + \rho \frac{\epsilon}{m} x \quad (4)$$

$$\therefore a = \left\{ (1 - e^A) \cdot r + \sqrt{d^2 (e^A + 1)^2 - 4e^A r^2} \right\} / (e^A + 1), \quad A = 4\pi r \rho \epsilon / (q m) \quad (5)$$

$$q = \frac{2\pi \left\{ \rho a h - \rho \frac{\epsilon}{m} (d - r) \right\}}{\ln \left\{ a + (d - r) \right\} / \left\{ a - (d - r) \right\}} \quad (6), \quad y_J = - \sqrt{\frac{m g a}{\pi \rho \epsilon} + a^2} \quad (7)$$

$$\rho h - \rho \epsilon y_J = (q / 4\pi) \cdot \ln \left\{ (y_J - a) / (y_J + a) \right\}^2 + \rho h - (\rho \epsilon / m) \cdot y_J \quad (8)$$

つぎに領域境界面の形状は、式(4)に $\psi = q/2$ を代入した次式で表わされる。

$$-\tan \left(\frac{2\pi \rho \epsilon}{q m} x \right) = \frac{2ax}{a^2 - x^2 - y^2} \quad (9)$$

いま $\tan \left(\frac{2\pi \rho \epsilon}{q m} x \right) = \tan Mx$ と Taylor 展開し、式(9)を $x^2 = f(y^2)$ の形に整理し、これを式(3)右辺の第1項に代入すると

$$F = \ln \frac{f(y^2) + (y-a)^2}{f(y^2) + (y+a)^2} = \frac{-4a}{f(0) + a^2} y + \frac{\{f(0) + a^2\} \{12af(0) + 8a\} + 16a\{f(0) - a^2\}}{\{f(0) + a^2\}^3} \frac{y^3}{6} + \dots \quad (10)$$

$$\therefore f(0) = \frac{3a}{2aM+3} \left(a + \frac{2}{M} \right) + \frac{2a^3 M^3}{45} \left(a + \frac{2}{M} \right)^2 \left(\frac{3}{2aM+3} \right)^3 + \dots, \quad f'(0) = \frac{-6}{2aM+3} + \frac{8a^2 M^3}{45} \left(a + \frac{2}{M} \right) \left(\frac{3}{2aM+3} \right)^3 + \dots$$

となる。境界条件の r/d と $\Delta h/d$ がともに非常に小さい場合を除けば式(10)右辺の第2項は第1項の $1/100$ 以下の値であるから、無視できる。この場合、領域境界面上のポテンシャルは y の一次関数となり、式(8)が満足されれば領域境界面と淡塩境界面の境界条件は一致する。したがって r/d と $\Delta h/d$ がともに非常に小さい場合を除けば、ポテンシャル勾配 $\frac{\rho \epsilon}{m}$ の値を適当に選ぶことによって、領域境界面と淡塩境界面とは、その大きさを表わす曲

線形状が一致することになる。

4. 非定常時の浸透境界面

次に地盤中に浸透境界面が拡がってゆく過程を検討してみよう。まず、ある流体(1)が Source から押し出されて定常状態で流れているときに、同じ Source から等質の他の流体(2) [たとえば密度、粘性などが同じで、色だけが異なる] が流れ出てきた場合を想定すると、流体(2)は流体(1)と全く同じ流線上を移動し、速度と圧力はすべての点で時間とともに不変であるが、境界面は時間とともに移動する。すなわち二つの流体が等質の場合には、移動する境界面をもつ定常流れを考えることができる^{2),3)}。本解析はこの概念を淡水と海水の密度差のある二流体の流れに拡張して適用したもので、非定常時の流線網と定常時の流線網が一致し、浸透境界面の移動速度は定常状態のその位置における淡水の浸透速度に等しいと仮定する。この仮定によって境界面の移動速度は、地盤の空隙率を n とすると次式で表わされる。

$$u = dx/dt = -1/n \cdot \partial \Phi / \partial x = -g/n\pi \cdot 2ax / \{x^2 + (y-a)^2\} \cdot \{x^2 + (y+a)^2\} \quad \dots (11)$$

また流線の方程式は、式-4より $y = -\sqrt{a^2 - x^2} - 2ax \cdot \cot\{2\pi/g \cdot (4 - R/d - \epsilon/m \cdot x)\}$... (12)

式-12を式-11に代入して積分すれば、定常状態のある流線 ($\psi = \text{const}$) に沿って (x_0, y_0) の位置より (x_1, y_1) の位置に到達するまでの時間 t が求められる。こゝに $X = x/d$, $Y = y/d$, $g/R/d = Q$ とおくと

$$T = \frac{tR}{nd} = \frac{\pi}{Q} \int_{x_0}^{x_1} \frac{2Yax \cdot \csc^2\{2\pi/Q \cdot (4/R/d - \epsilon/m \cdot X)\}}{\sqrt{Y^2 - X^2} - 2Yax \cdot \cot\{2\pi/Q \cdot (4/R/d - \epsilon/m \cdot X)\}} dX \quad \dots (13)$$

したがってあらかじめ式-12によって流線を描いておき、式-13を求めた各流線上の等時到達位置を結び、その時刻における浸透境界面がえられる。

5. Hele-Shaw モデル実験

実験装置は2枚の透明なアクリル板(厚さ5mm)を用いた Hele-Shaw モデル(浸透層域部 $30\text{cm} \times 60\text{cm}$, $d = 10\text{cm}$, $r = 1\text{cm}$)で、平板の間隔は $D = 2.5\text{mm}$ とした。暗きより注入する淡水には 15°C で $\rho_1 = 0.881\text{ g/cm}^3$, ν_1 (動粘性係数) $= 2.10\text{ cm}^2/\text{sec}$ の油を用い、海水には $\rho_2 = 0.910\text{ g/cm}^3$, $\nu_2 = 2.70\text{ cm}^2/\text{sec}$ の油を使用した。この場合 $1/\epsilon = 29.97$ となる。図-2, 3 に実験結果と計算結果を示している。図-2は $\Delta H/d = 0.200$, $R/d = 0.005$ の境界条件で、浸透境界面の初期条件を暗き、隔壁の位置として場合について行なったものであり、図-3は $\Delta H/d = 0.122$ の定常状態の境界面を初期条件として、暗きより内水頭を $\Delta H/d = 0.122$ から 0.203 に急変させた場合について求めたものである。いずれも定常状態の境界面形状はよく一致しており、非定常状態については、定常状態に近づくにつれて縦方向の境界面の移動速度が実験結果よりやや遅くなるようであるが、全体的にはよく一致している。このことから定常状態の解を用いて非定常状態の境界面形状を求める近似算定法の適用が、淡水と海水の場合にはほぼ妥当であることを確かめたものと考えらる。

○参考文献

- 1) 上田・杉原: 淡水注入による地盤中の浸透境界面解析の一手法, オ17回水理講演会講演集, 88年2月16日。
- 2) J. Bear: Two-Liquid flows in porous media, Advances in hydroscience Vol. 6, P. 117~137, Academic press, 1970.
- 3) H. Muskat: The flow of homogeneous fluids through porous media, P. 466~476. McGraw-Hill 1946.

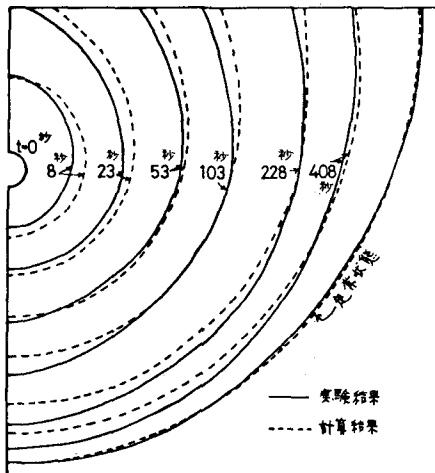


図-2. $\Delta H/d = 0.200$, $r/d = 0.1$

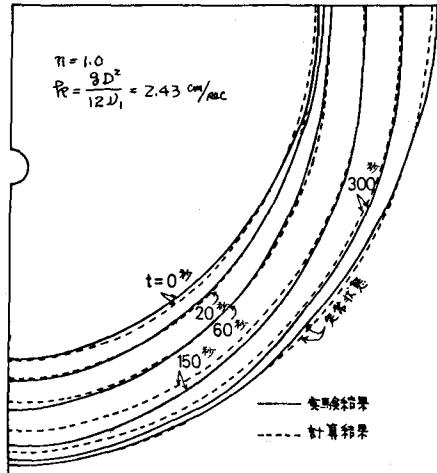


図-3 $\Delta H/d = 0.122 \Rightarrow \Delta H/d = 0.203$