

1. まえびき

河口流出の力学的機構は、密度流、噴流、乱流混合、連行、など種々の要素が関連し、それらの関連の度合いに応じて、流出パターンは何種類にも分類される。昨年度の講演会では、二層の非混合を仮定した場合の流出の方程式の取り扱いを示した。¹⁾ この中で、とくに「本来、淡水は河口を出ると、その厚みを失なうと同時に、速度は増し、無限遠では河口の流速の $\sqrt{3}$ 倍になる」という結論が注目される。そして、実際の河口、あるいは模型実験において常に経験されている事実、すなわち、「表層流は河口をあと一時加速されるが、やがてピークをすぎ減衰し、無限遠にて0になる」とことは、上記の非混合の結論に、エネルギー損失(混合による)を加味して解釈すべきものであるとしている。その後、著者は、非混合二層流出の場合の流況、つまり密度流的な性質のみを考慮した流れの、さらにくわしい解析を試みた。²⁾ 基礎方程式は(1)式のとおりで、 ψ は流れ関数である。H

$$\frac{1}{h} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right\} + \frac{dH}{d\psi} = 0, \quad (1)$$

$$H = \frac{1}{2} g^2 + \varepsilon g h, \quad \left\{ g^2 = u^2 + v^2, \quad \varepsilon = (\rho - \rho_0)/\rho_0 \right\} \quad (2)$$

$$H = \text{const.} \quad \left\{ \begin{aligned} u &= \partial \psi / \partial x = (1/h) \partial \psi / \partial y, \\ v &= \partial \psi / \partial y = -(1/h) \partial \psi / \partial x \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial F_c^2} + \frac{3F_c + 2}{F_c(F_c + 2)} \frac{\partial \psi}{\partial F_c} + \frac{1 - F_c}{F_c^2(F_c + 2)^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4)$$

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} f(F_c, n) e^{in\theta} dn = \int_{-\infty}^{\infty} c(n) P \left\{ \begin{matrix} 0, & -\frac{1}{2} \\ \frac{n}{2}, & \frac{-1+V_1+3n^2}{2} \\ -\frac{n}{2}, & \frac{-1-V_1+3n^2}{2} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \infty \\ F_c \end{matrix} \right\} e^{in\theta} dn \quad (5)$$

$$(F_c = g^2 / \varepsilon g h, \quad h: \text{淡水厚}, \quad \rho_0: \text{海水密度}, \quad \rho_1: \text{淡水密度})$$

は Bernoulli 項に相当する。川の upstream 流れ一様を仮定すれば、流れは非回転的として扱われ、速度ポテンシャル ψ が存在し、(1)は、(3)のように分けられる。式を整理し、内部 Froude 数 F_c と角 θ を用いて、 ψ の hodograph 方程式 (4) が得る。(4)の一般解は(5)のようになり、Riemann の P 関数を用いて表わすことができる。しかし、これでは流況を察するに不便であり、その上、

境界条件をくりこむことができる。別箇の近似解を求める方が実用的である。この過程は尚継続中であるが、一つだけ重要な事実に触れておかねばならない。(4)式は、左辺の3項の $1 - F_c$ の存在から知られるように、 $F_c < 1$ では楕円型、 $F_c > 1$ では双曲型の微分方程式になり、全く異った性質の解が予想されるが、これはちょうど F_c の代りに Mach 数を考えた時の遷音速流の場合と状況が同じである。亜音速から超音速へ遷移する過程で擾乱が発達し、それが集積したものとて衝撃波が存在することはよく知られている。類推ではあるが、河口内の $F_c < 1$ ではあまり顕著でない混合が、河口を過ぎると爆発的に増大する現象は、 $F_c > 1$ となって流れに不安

定を生じ、乱れ、混合を促進する結果と考えられ、遷音速流の場合の衝撃波に対応する現象ではないかと思われる。つまり、二層流の河口流出は必然的に河口外で混合を生ずる仕組みになっているようである。(図-1参照)

ここではこのことを念頭にして、連行の考えを用い、流出機構に若干の解析を行ない、検討をしたい。

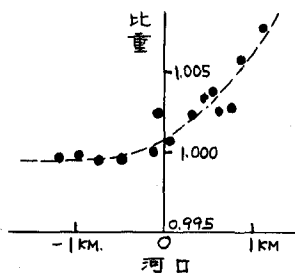


図-1, 表層水の比重分布
(昭和43年8月, 石狩川)

2. 河口外の混合、エネルギー損失、速度変化などの考察

問題を河口の流に附近に限って考察をする。流出の方向を x 、流速を g 、Ellison ラーにならって連行係数を E ³⁾、さらに流出する流れの幅 b を勘案して、適当にとった流線の幅を ℓ とすると、つぎのような方程式解を得る。

$$\frac{d(\rho g h l)}{dx} = E g l \quad (\text{体積}) \quad (6)$$

$$\frac{d(\rho g h l)}{dx} = \rho_0 E g l \quad (\text{質量}) \quad (7)$$

$$\frac{d(\rho g h l^2)}{dx} = -(\rho_0 - \rho) g h l \frac{dh}{dx} \quad (\text{運動量}), (8)$$

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \varepsilon, \quad (9)$$

$$l = l_0 e^{Kx} \quad (\text{実験式}) \quad (10)$$

$$h_*(F_i + z) = 3 \quad (11)$$

($h_* = h/h_0$, h_0 : 河口淡水厚)

$$H_* = h_*(F_i + z) \quad (12)$$

$$\frac{dg}{g} + \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} g \frac{dh}{g^2} + \frac{\rho_0}{\rho} \frac{E}{h} dx = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dH_*}{dx_*} = -\frac{E F_i}{h_{0*}} \quad (14)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ここに: } x_* = x/b, \quad h_{0*} = h_0/b \\ h_0: \text{河口淡水厚, } b: \text{河口幅} \end{array} \right)$$

$$\frac{d\rho}{\rho_0 - \rho} = \frac{E}{h} dx \quad (15)$$

$$\lim \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 - \rho_f} = - \int \frac{E}{h} dx \quad (16)$$

$$\frac{dg}{g} + \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} g \frac{dh}{g^2} + \frac{\rho_0}{\rho} \frac{E}{h} dx = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dg}{g} = \frac{\frac{E}{h}(1 + F_i) - K}{1 - F_i} dx \quad (18)$$

(6)式~(8)式が基本式でそれぞれ流量、質量の連続性を連行流も考慮して立てた式と、運動量の式とである。混合を考へることで淡水密度は定数となり、従って(9)に示される ε も変量である。なお、石狩川などで経験されている(10)式の成り立つ流況で問題を解析することにする。

非混合二層流の場合は(3)式で示されたように $H = \text{一定}$ である。この式を変形して無次元化し、さらに河口の内部Froude数が1になる条件を入れると、(11)式のようになる。 $h_*(F_i + z)$ が表層流のエネルギーを代表する無次元量な g で(12)式のようにこれを H_* とおく。混合がある場合 H_* がどのように変化するかを調べると、エネルギーの散逸状況を観察することができる。(7)と(8)とから(13)の式が出るので、 $\rho \rightarrow \varepsilon$, $g \rightarrow F_i$ などの置換をし、さらに $1 - \varepsilon \approx 1$ の扱いをすると、(14)式を得る。つまりエネルギー散逸の割合は、連行係数と内部Froude数に比例し、河口淡水厚に逆比例する。これは我々の常識と一致している。 F_i は河口をあると1より大きくなって行き、また ε も F_i (又はRichardson数)の関数で F_i の増加(R_i の減少)と共に増大することと知られているので、河口を出て飛躍的にエネルギー散逸する事情が示される。ここに無次元化のために、長さの代表量として河口幅 b をとったが、右辺の $h_{0*} = h_0/b$ は川の流量に依存し、流量が増すと、エネルギー損失の割合が減少することを示している。ただし、これは無次元化したエネルギー損失の減少を示すもので、損失絶対量が減少することではない。つぎに、密度変化の様子(6)と(7)とから与えられる(15)式により察することができ、連行係数が大きくなる沖ほど、密度変化が急激になっていく状況、および、流量が少なくて河が小さい程、さらに沖に行

って淡水厚がうすくなるほど、密度は急激に増加し、従って混合が促進することも推察することができる。最後に、流速の変化について考へる。(17)式を変形すると(18)式を得る。ここには、石狩川の経験にもとづく(10)の式が入り、 K がいろいろ目安を与える K という定数が使われている。 K は流量が大きい程小さくなる。つまり h が大きくなると K は小さくなる性質を有する。この式から、右辺の分母の $1 - F_i$ が重要な作用をすること判る。つまり、河口をあると $F_i > 1$ になるので右辺が負となり、河口の若干外で $F_i = 1$ 成り立つ所に流速の極大をあることが示され、また流量の小さいときは h が小となり、一時加速は顕著になるが、 K が同時に大きくなるので、この辺の推察にはさらに研究が必要である。

ここに示した考察は、時間的余裕がなく、実地観測結果によるくわしい検証がまだなされていない。これについては後日に述べたい。

1) 柏村正和：河口二層流の海上での挙動、第27回年次講、第2部、昭和47年10月。

2) 柏村正和：河口流出の力学的機構、第17回水理講演会講演集、昭和48年2月。

3) Ellison, T.H. & Turner, J.S.: Turbulent entrainment in stratified flows, J. Fluid Mech., Vol. 6, pp 423-448, 1959.