

九州大学 正員 栗谷 陽一
" " 〇北野 義則

1. まえがき

前報では、気泡噴流のひろがりを見放して、流水中における気泡噴流の効果と計算した。この取扱では、気泡噴流に横から流入する流水が気泡噴流の為上向きに曲げられることになる。実際には、送気量が少ない時に、起る現象である。送気量を増すと、次第に静水中における気泡噴流の様相に近づく為、気泡噴流の両側より、entrainを生ずるにいたる。この様な現象を考察する為には、噴流の拡散、ひろがり幅を考慮する必要がある。今回は、気泡噴流の両側よりentrainを生ずる場合について、流速分布、気泡密度分布に相似性を用い、これらの分布形状を求め、流水中における気泡噴流の効果について考察を行う。

2. 一樣水平流中における気泡噴流の理論的検討

図1の様に、水平流の影響による気泡噴流の上昇方向をx軸、それに直角にy軸をとる。u, vはそれぞれx, y方向に対応する水の流速である。wは気泡の相対速度、 σ は気泡密度、Pは圧力である。基礎方程式は、

$$\text{連続の式} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$x \text{ 方向 } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \sigma g \cos \theta \quad (2)$$

$$y \text{ 方向 } u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \sigma g \sin \theta \quad (3)$$

$$\text{気泡保存式} \quad (u + w \cos \theta) \frac{\partial u}{\partial x} + (v - w \sin \theta) \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) \quad (4)$$

なお、x方向の拡散はy方向に比較して無視した。運動量の拡散、気泡の拡散係数とも取りあえず、一定プラントンの混合距離の仮定を用いることにする。熱気流に対して Schmidtが行なったと同様に、流速分布と気泡密度分布に相似性を仮定し、独立変数を $\eta = y/x$ に変換し、更に流れ函数 $\psi = x \phi(\eta)$ を導入すれば、

$$u = \partial \psi / \partial y = \frac{1}{x} \partial \psi / \partial \eta = \phi'(\eta) \quad (5)$$

$$v = -\partial \psi / \partial x = -\phi(\eta) + \eta \phi'(\eta) \quad (6)$$

混合距離がxに比例するとして $l = Cx$ 、流れの影響のため、せん断速度Gを次式でもって表わす。

$$G = \sqrt{(\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)^2 + (\partial u / \partial x - \partial v / \partial y)^2} = \frac{1}{x} \cdot (1 + \eta^2) \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right|$$

気泡噴流のひろがり幅が十分小さいとすると $D = l^2 G = C^2 x \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \quad (7)$

気泡密度はxに比例して減少するとして、 $\sigma = \frac{1}{x} \cdot \tau(\eta) \quad (8)$

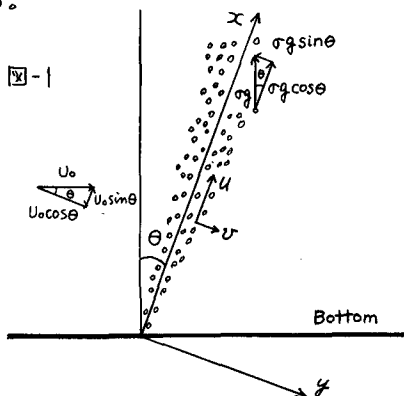
(5), (6), (7), (8) を (2), (3), (4) に代入し、圧力も similar な解 $P = P(\eta)$ があると、(2), (3) より

$$-\phi(1 + \eta^2) \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} = C^2 \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d\phi}{d\eta} \right) + \eta \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d\phi}{d\eta} \right) \right] + \tau g (\cos \theta - \eta \sin \theta) \quad (9)$$

(4) を種分すると、 $-\tau \phi - w \tau \eta \cos \theta - w \tau \sin \theta = C^2 \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d\tau}{d\eta} \quad (10)$

前述と同様、気泡噴流のひろがり幅が十分小さいから (9), (10) は次の様になる。

$$-\phi \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} = 2C^2 \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d\phi}{d\eta} + \tau g \cos \theta, \quad -\phi \tau - w \tau \sin \theta = C^2 \left| \frac{d\phi}{d\eta} \right| \frac{d\tau}{d\eta}$$



さらに計算すると、

$$\begin{cases} -\psi\psi'' = 2/\psi' \psi'' + \Theta & (11) \\ -\psi\Theta - \Theta = 1/\psi' \Theta' & (12) \end{cases}$$

$$\psi = \phi(\eta)/w \sin \theta, \quad \eta = \eta/\sqrt{C}$$

$$\Theta = \sqrt{C} \tau \phi \cos \theta / w^2 \sin^2 \theta$$

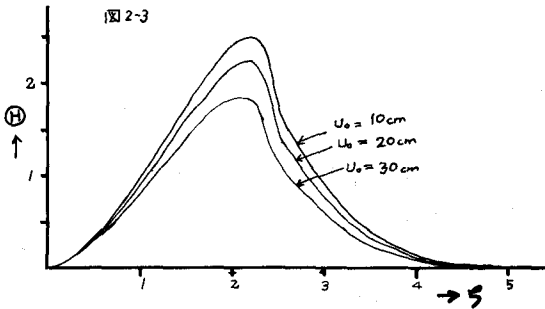
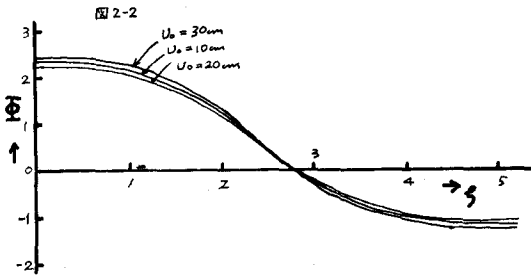
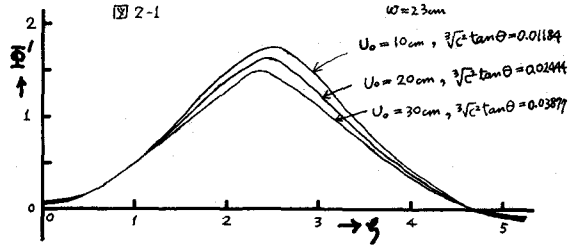
以上(11),(12)を基礎式として解く。又(11),(12)は、 η を陽に含まないで、 η の原点を気泡噴流の流下側境界にとる。境界条件は、 $\eta=0$ で $u=U_0 \sin \theta, v=U_0 \cos \theta, \partial u/\partial \eta=0, \Theta=0$;

$$\eta = \eta_c \text{ で } \Theta=0, \quad u(0)/v(0) = u(\eta_c)/v(\eta_c) \quad ;$$

単位実行幅当りの送気量 $Q = \int_0^{\eta_c} (u + w \cos \theta) \phi d\eta$ で与えられる。以上を使用して数値解析を行なった。

3. 考察

数値解の結果の例を図2に示す。図2-1は流速 u を表現する ψ の分布である。 η が5の附近で速度が負であり右からの進行を表わしている。これは又、図2-2の ψ の分布、すなわち v の流速分布から、一層は、よりする。図2-3は気泡分布を表現する Θ の分布の例である。これは流水の影響により、静止流体中での現象と全く異なっている。 Θ の最大値が流下側に片寄っており、かつ Θ の分布が長く尾を引いている。なお図示している数値解の例は、片側だけ entrain へ運移する近傍での両側 entrain の数値例である。前報では、片側だけの entrain すなわち、一様流が気泡噴流を流しぬける場合を行なった。その実験と計算結果の例を図3に示す。しかし前報で行なった実験からも明らかであるように、ある送気量になると両側からの entrain 現象が起る。これを今回の理論結果から計算すれば、表-1に表わしているようにある C の値で図3に示されているカーブと交わる。このあたりが応答領域であると思われる。又これから C の値が従来の静止流体中の噴流に比べて小さな値をとるようである。今後気泡噴流域内での流速分布、気泡密度分布を測定するつもりである。又気泡噴流を一様流が流しぬける場合に対しては、乱れエネルギー式を取込んで検討が是非とも必要である。



この計算には大計算施設 FACOM 230-45 を使用した。

参考文献 Schmidt: Turbulente Ausbreitung eines Stromes erhitzter Luft.
 Z. angew. Math. Mech. Bd. 21 Nr. 5 okt 1941

聖谷 北野 中尾: BB47年度 西部支部

表 1

U_0/w C の値	10 23	20 23	30 23
Tollmien	70°23'	60°23'	50°23'
0.0174	(8.28)	(48.64)	(119.00)
	68°55'	55°27'	46°39'
0.010	(44.41)	(253.34)	(562.13)
	63°39'	45°49'	32°11'
0.005	(377.36)	(1036.74)	(3069.8)
前報理論 からの 限界値	66°30'	49°06'	37°30'

() の中は Q_0/w^3 の値

