

東京工業大学工学部 正会員 吉川秀夫
 運輸省 正会員 鶴谷広一
 東京工業大学大学院 北川 明

1. まえがき

開水路において、粗度が急激に変化したときに形成される内部境界層の発達と、その機構について実験を行い理論的解析を試みた。本研究では内部境界層の発達に伴う水深の変化に目を向け、これを考慮することにより運動量方程式を解くことができることを示す。さらに内部境界層領域での速度分布について考え、併せて拡散実験も行つてその機構を調べた。

2. 実験装置および方法

実験水路は幅40cm、深さ40cmの正方形断面で、全長15mの鋼製環流式可変勾配式水路である。上流の助走区間6mに7mm角の棧を粗度として用い、それより下流はテトラポッドを二層積にした。これは、2ton型の1/25モデル型である。拡散実験では上流側6mは鋼製で、それより下流は拡散源も兼ねたアクリル板上に7mm角の棧粗度をとりつけた。放出装置を図-1に示す。色素はローダミンBを用い、濃度の検定には日立203型分光光度計を使用した。

3. 理論解析

3-1. 内部境界層の発達

開水路における運動量方程式は、図-2の記号を用いて次の様になる。

$$\frac{d}{dx} \int_0^h u^2 dy = -gh \frac{dh}{dx} \cos \theta + gh \sin \theta - U_*^2 \quad (1)$$

速度分布を吉川ら¹⁾と同様に次の様に仮定する

$$x < 0 \quad u = \begin{cases} 0 & (0 \leq y \leq y_0') \\ \frac{U_*}{K} \ln \frac{y}{y_0'} & (y_0' \leq y \leq h_0) \end{cases} \quad (2)$$

$$x \geq 0 \quad u = \begin{cases} 0 & (0 \leq y \leq y_0) \\ \frac{U_*}{K} \ln \frac{y}{y_0} & (y_0 \leq y \leq \delta) \\ \frac{U_*}{K} \ln \frac{y}{y_0} + \left(\frac{U_*}{K} \ln \frac{\delta}{y_0} - \frac{U_*}{K} \ln \frac{\delta}{y_0'} \right) & (\delta \leq y \leq h) \end{cases} \quad (3)$$

(2), (3)を用いて流量の連続条件から

$$U_* = (1 + \eta) U_*' \quad (4)$$

$$\frac{dU_*}{dx} = \left(\xi \frac{dn}{dx} - \xi \frac{dy_0}{dx} \right) U_*' \quad (5)$$

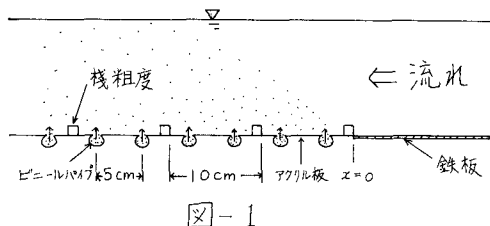


図-1

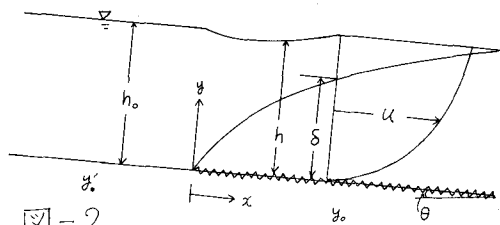
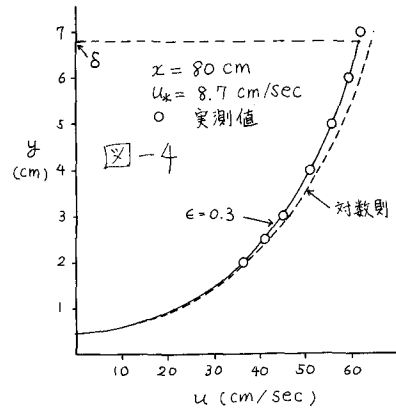
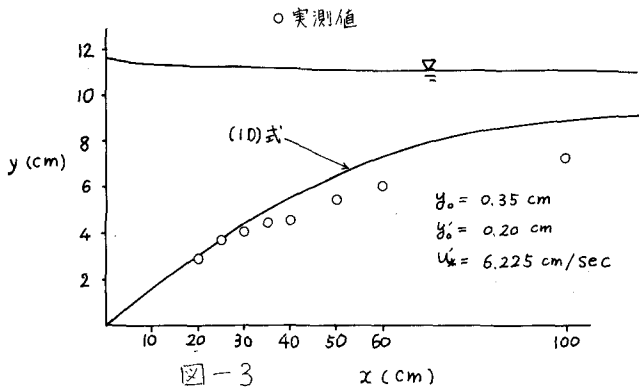


図-2



$$\xi = \frac{y_1 \ln n - \ln n - (\ln y_1)/m - n \ln y_1 + \ln y_1 - P(\ln m P - 1) \ln y_1}{(n \ln y_1 - y_1 + 1)^2} \quad (6)$$

$$\zeta = \frac{n/(m y_1) + (n^2 - n + n^2 \ln n)/y_1 + n P(\ln m P - 1)/y_1 - 1/m + n + 1 + n \ln n - P(\ln m P - 1)}{(n \ln y_1 - y_1 + 1)^2} \quad (7)$$

$$\eta = \frac{1 + m n - m - m n \ln n + m P(\ln m P - 1)}{m n \ln y_1 - m y_1 + m} \quad (8)$$

$$y_1 = \frac{\delta}{y_0}, \quad n = \frac{h}{y_0}, \quad m = \frac{y_0}{y'_0}, \quad P = \frac{h_0}{y_0} \quad (9)$$

ここで(1)式に(3)式で表わされる速度分布を代入し、(4)式と(5)式を用いると

$$A_1 \frac{dn}{dx} + A_2 \frac{dy_1}{dx} = A_3 \quad (10)$$

となる。ただし

$$A_1 = 2\xi \{ (1+\eta)(y_1 y_2 - 2) + \{ n(\ln m n - 1) - y_1(\ln m y_1 - 1) \} + y_3(n - y_1) \ln y_1 \} + (\ln m n)^2 + 2y_3 \ln m n + y_3^2 + \frac{\delta h}{u_*^2} \cos \theta \quad (11)$$

$$A_2 = y_3^2 + 2 \{ (1+\eta) \ln y_1 \ln m y_1 + \frac{2}{y_1} \eta \{ n(\ln m n - 1) - y_1(\ln m y_1 - 1) \} - 2y_3 \ln m y_1 + \frac{2\eta}{y_1} y_3(n - y_1) - y_3^2 - 2\xi \{ (1+\eta)(y_1 y_2 - 2) + n(\ln m n - 1) - y_1(\ln m y_1 - 1) \} \} \quad (12)$$

$$A_3 = -\frac{K^2}{y_0} (1+\eta)^2 + \frac{K^2}{u_*^2} g n \sin \theta \quad (13)$$

$$y_2 = (\ln y_1)^2 - 2 \ln y_1 + 2 \quad y_3 = (1+\eta) \ln y_1 - \ln m y_1 \quad (14)$$

(10)式を解いた結果を図-3に示す。これで、水深の変化を考慮することにより運動量式が解けることがわかる。

3-2. 内部境界層での速度分布

内部境界層での剪断力分布を $\tau = \tau_0 - \frac{y}{\xi}(\tau_0 - \tau_s)$ と仮定し、Karmanの相似性の仮定を用いると、次の速度分布式を得る。

$$u = u_s + \frac{u_*}{\kappa} \left\{ \ln \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\tau}{\tau_0}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\tau_s}{\tau_0}}} \right) + \sqrt{1 - \frac{\tau}{\tau_0}} - \sqrt{1 - \frac{\tau_s}{\tau_0}} \right\} \quad (\epsilon = 1 - \frac{\tau_s}{\tau_0}) \quad (15)$$

この式で計算した一例を図-4に示すが、内部境界層のほとんどの領域において $\epsilon = 0.25 \sim 0.3$ の値をとれば(15)式は実測と非常に良く合う。最後に濃度分布を図-5に示す。この図から、運動量輸送と質量輸送の相似性がわかる。

