

京都大学防災研究所 正員 土屋義人
京都大学大学院 学生員 河田恵昭

1. 緒言 非平衡状態の流砂法則を確立することは、河床変動をはじめ、局所洗掘などの解明のための必須課題である。本研究はその第1歩として、砂れきの運動を saltation とし、流砂を含む二相流に対し運動量の保存則を適用して、いわゆる plane bed の床面形態を対象とした流砂の基礎式を誘導し、従来の実験結果と比較検討した結果を報告する。

2. 基礎式の誘導 図-1 に示すように、水面、床面および微小距離 δx だけ離れた2断面 AB および CD によって囲まれた検査面 ABCD を考える。Saltation の高さが水深に比べて十分小さく、また平衡状態の場合に成立する saltation の力学的な関係が非平衡状態の場合にも成立すると仮定すれば、検査面 ABCD に対する運動量保存則から、次式が成立する。

$M_{f1} + M_{p1} + M_{f2} + M_{p2} + M_{p3} + M_{p4} = F + W_x + P_x$ — (1) 二に、各記号の意味はつぎのようである。(i) M_{f1} ; 2断面 AB, DC における流れの運動量の増加量: 単位時間に AB 断面に入ってくる流れのもつ運動量は $\int_A \rho(1-c/\sigma)u^2 dA$, また CD 断面を通過して出ていく運動量は $\int_A \rho(1-c/\sigma)u^2 dA + (\partial/\partial x) \int_A \rho(1-c/\sigma)u^2 dA \delta x$ であり、2断面における運動量の増加量は、 $M_{f1} = \rho(\partial/\partial x)(\beta u_m^2 A) \delta x - (\rho/\sigma)m(\partial/\partial x) \int_A (u^2/U) k dA \delta x$ — (2) 二に、 ρ および σ ; それぞれ流体と砂れきの密度、 β ; 運動量係数、 m ; 砂れき1個の質量、 u , u_m および U ; それぞれ流速、平均流速および砂れきの速度、 k ; AB 断面と単位時間単位面積当り横切る砂れきの個数である。(ii) M_{p1} ; 2断面 AB, DC における砂れきの運動量の増加量: (i) と同様にして、 $M_{p1} = (\partial/\partial x) \int_A m k U dA \delta x$ — (3) (iii) M_{f2} ; ABCD 内の流体の単位時間の運動量の変化量: $M_{f2} = \rho(\partial/\partial t)(u_m A \delta x) - (\rho/\sigma)m(\partial/\partial t) \int_A (u/U) k dA \times \delta x$ — (4) (iv) M_{p2} ; ABCD 内の砂れきの単位時間の運動量の変化量: $M_{p2} = (\partial/\partial t) \int_A C U dA \delta x$ — (5) 二に、 C ; 砂れきの濃度である。(v) M_{p3} ; 床面における砂れきの衝突によって BC 面を通過する砂れきの運動量の増加量: $M_{p3} = g_B \sqrt{2g H_m / L_m} (1/e - 1) / (\sigma/\rho + 1/2) \cot \beta_m \delta x$ — (6) 二に、 g_B ; 流砂量、 e ; 砂れきの反発係数、 g ; 重力の加速度、 β_m ; 砂れきの平均飛び出し角度、 H_m および L_m ; 砂れきの saltation に対して近似的に定常跳躍が仮定されるとし、その場合の平均飛高および飛距離である。(vi) M_{p4} ; 床面から新しく砂れきが飛び出すことによって BC 面を通過する砂れきの運動量: $M_{p4} = -U_{01} \partial g_B / \partial x \delta x$ — (7) (vii) F ; 床面における摩擦力: $F = -\tau_f \delta x$ — (8) 二に、 τ_f ; 摩擦応力である。(viii) W_x ; ABCD 内の流れと砂れきの自重の x 方向成分: $W_x = \{ \rho A + (1 - \rho/\sigma) \int_A (m k / U) dA \} g \sin \theta \delta x$ — (9) (ix) P_x ; 断面 AB および DC における圧力差: 流れおよび砂れきの y 方向の加速度が無視できると考え、圧力として大気圧を基準にとれば、 $P_x = -\rho g A (\partial h / \partial x) \cos \theta \delta x$ — (10) (2)~(10) 式を(1)式に代入してつぎの運動方程式がえられる。

$$\rho(\partial/\partial t)(u_m A) - (\rho/\sigma)m(\partial/\partial t) \int_A (u/U) k dA + (\partial/\partial x) \int_A C U dA + \rho(\partial/\partial x)(\beta u_m^2 A) - (\rho/\sigma)m(\partial/\partial x) \int_A (u^2/U) k dA + (\partial/\partial x) \int_A m k U dA + C g_B - U_{01} \partial g_B / \partial x = \{ \rho A + (1 - \rho/\sigma) \int_A (m k / U) dA \} g \sin \theta - \rho g A (\partial h / \partial x) \cos \theta - \tau_f$$
 — (11)

いま、砂れきの個数 k , 砂れきの濃度 C および流砂量 g_B はつぎのような関係にある。 $C = m k / U$, $g_B = \int_A m k dA$ — (12) さらに、砂れきの速度 U を、 $U \approx U_m$ と仮定する。二に、 $U_m = \int_{-\infty}^{\infty} U f(U) dU = U_2 + (3 C_0 / 2 \sqrt{2}) \sqrt{1 / \{ (\sigma/\rho - 1) (\sigma/\rho + 1/2) \}} \sqrt{H_m / g} d^2 (Ar U_x - U_2)^2$, $f(U) = (1/\sqrt{2\pi}) (1/e U_2) \exp \{ -(U - U_2)^2 / 2 e^2 U_2^2 \}$, C_0 ; 砂れきの抵抗係数および U_2 ; 砂れきの x 方向の定常速度である。砂れきと流れの運動において相互作用の影響が省略されるとすれば、(12)式および上述した関係を(11)式に代入して、流れと流砂の2つの運動方程式に分離することができると考えられる。

$$\rho g \partial z / \partial t + \rho (\partial / \partial x) (\rho u_m g) = \rho g h \sin \theta - \rho g h (\partial h / \partial x) \cos \theta - (\tau_f + \tau_o') \quad (13)$$

$$(\partial / \partial t) (\sigma - \rho \alpha) g_b + (\partial / \partial x) (\sigma - \rho \alpha^2) u_m g_b - \sigma U_{02} \partial g_b / \partial x + G_2 g_b = (\sigma - \rho) (g_b / u_m) g \sin \theta + \tau_o' \quad (14)$$

ここに、 g および $g_b (= g_b / \sigma)$; それぞれ単位幅の流量および流砂量、 $u / u_m = \alpha$ 、 $C_2 = \sigma \sqrt{2g H_m} / L_m \times (1/e - 1) \sqrt{(\sigma/\rho - 1) / (\sigma/\rho + 1/2)} \cot \beta_m$ および τ_o' ; いわゆる interaction force である。さらに、水および流砂の連続式はつぎのように表わされる。 $\partial h / \partial t + \partial g / \partial x - (\partial / \partial x) \alpha g_b = 0$ 、 $\partial z / \partial t + 1/(1-\lambda) \partial g_b / \partial x = 0$ ことに、 λ : 床面砂れきの空隙率である。

3. 従来の実験値との比較検討 (1) 平衡状態 等流の平衡状態では、(13) および (14) 式は簡単につぎのようになる。 $\rho g h \sin \theta = \tau_f + \tau_o'$ 、 $C_2 g_b = (\sigma - \rho) (g_b / u) \times g \sin \theta + \tau_o'$ いま、流砂の自重の x 方向成分を無視し、床面では近似的に $\tau_f \approx \tau_c$ (τ_c : 限界掃流力) の関係が成立すると考えると、平衡状態の流砂量式はつぎのようにえられる。 $g_* = \tan \beta / (1 - e) \{ 1 + (1/2)(\rho/\sigma) \} Ar \{ (1 + e) - (1 - e) \times \sqrt{1 + 8 / \{ 3(1 - e) \lambda C_0 Ar^2 \tau_c \}} \} (\tau_* - \tau_{*c})$ — (15) ことに、 $g_* = g_b / u_* d$ 、

$\lambda = 4 H_m / L_m$ 、 τ_* および τ_{*c} ; 無次元掃流力および限界掃流力である。図-2 は plane bed 領域の流砂量の実験値を示し、図中の曲線は著者らの saltation の実験結果から、 $e = 0.63$ 、 $\lambda = 0.4$ および $\tan \beta_m = 0.577$ を用い、かつ $\sigma/\rho = 2.65$ 、 $G_{*c} = 0.05$ および $Ar = 8.5$ として (15) 式を計算したものである。砂れきが近似的に定常跳躍していると考えて誘導した (15) 式が従来の実験結果とよく一致することがわかる。図-3 は河村の飛砂量の実験値との比較であり、図中の曲線は飛砂の saltation の実験結果から、 $e = 0.72$ 、 $\lambda = 0.26$ 、 $\tan \beta_m = 0.532$ を用い、 $\sigma/\rho = 2090$ として (15) 式を計算した結果であって、実験値と理論曲線が非常によく一致しており、また掃流力が大きくなると飛砂量の増加の割合が、無次元掃流力のほぼ 1.5 乗に比例する流砂の場合に比べて小さいことがわかる。ただし、飛砂では saltation 層内で定常跳躍している砂れきがすべてを代表できないので、ここでは実験結果からえられる全砂れきの平均飛距離と定常跳躍における平均飛距離とが等しくなるように反発係数を修正して用いた。

(2) 非平衡状態 流れの条件は等流とし、 α を一定と考え $\sigma/\rho \gg 1$ とすれば (14) 式から $x = 0$ で $g_b = 0$ とした非平衡状態の飛砂量式として次式がえられる。 $g_* = \sqrt{\tau_*} g_* = (\tau_* - \tau_{*c}) / C_{1*} \{ 1 - \exp(-\lambda_1 \bar{x}) \}$ — (16) ことに、 $C_{1*} = (C_2/\rho) \sqrt{d/g} / \sqrt{\sigma/\rho - 1}$ 、 $\bar{u}_m = u_m / \sqrt{g d}$ 、 $\bar{U}_{02} = U_{02} / \sqrt{g d}$ 、 $\lambda_1 = \sqrt{\sigma/\rho} C_{1*} / (\bar{u}_m - \bar{U}_{02})$ である。一、著者らの砂れきの転動機構に関する考察から、 $U_{02} = (5/\alpha_s^2) (\Delta/d) / [(\sigma/\rho) \{ 1 - (10/7) (\Delta/d) \}^2] (\sigma/\rho - 1) g d$ とする。ここに、 α_s : 砂れきの回転速度の $1/\alpha_s$ がすべりによる中心速度に変わり、 Δ : 床面の突起の平均高さである。図-4 は河村の非平衡の飛砂の実験値と (16) 式によって与えられる理論曲線を示す。ただし、著者らの saltation の実験結果から $\alpha \approx 3$ 、 $\Delta = 0.474 d$ を用い、 $G = g_b / L_m$ であって、 G_0 は平衡状態において単位時間単位面積当り床面から飛び出す砂れきの質量である。図から、理論曲線の傾向が実験値のそれとよく一致することがわかるが、実験値の精度上の問題もあり、さらに非平衡飛砂量について詳細な実験を行ない、検討を加える必要がある。

4. 結語 以上、saltation 機構にもとづく流砂の基礎式を誘導し、若干の考察を加えたが、今後さらに非平衡状態の飛砂量に関する実験を行ない、基礎式の検討を進めたいと考えている。

[参考文献] 1) 土屋・河田 : Saltation 機構にもとづく流砂量式について、土木学会第 2 回学術講演会講演要旨、昭 48、II-27。

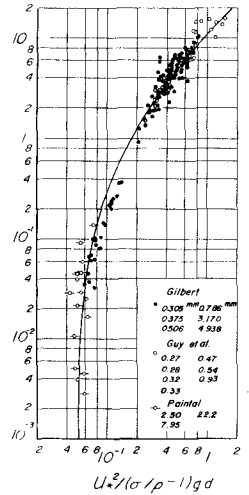


図-2 無次元流砂量

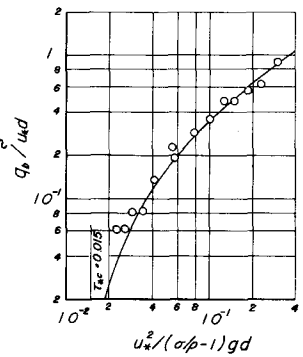


図-3 無次元飛砂量

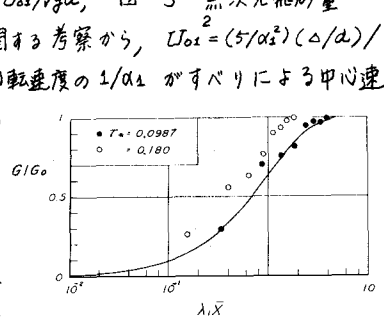


図-4 非平衡飛砂量