II-129　河床波成長過程における波形の変化と抵抗について

大阪大学工学部　正員　室田　明
同　　　　　　　正員　○多田博登
同 大学院　学生員　平田健正

1．はじめに：移動床の流れは砂の移動により河床波が発生し抵抗が増加する，そのため更に河床波が変化するという複雑な相互作用の場として知られている．このような河床波の発生および成長を知ろうとする場合，河床波の特性と抵抗および流砂量との関係を知る必要がある．本研究はこのような観点から，河床波成長にともなう抵抗および流砂量の変化を実験的に検討し若干の考察を行なったものである．

2．実験：長さ 20^m，幅 50^{cm} のアクリライト樹脂製の可変勾配水路において $d_{50}=0.026^{cm}$ のほぼ均一な砂を用いて実験を行なった．最初水路に平坦に砂を敷き規定の流量と勾配で通水する．適当な時間間隔で水を止め水路センターラインに沿って河床波の縦断形状をpoint gageで測定した．流砂量はその間に水路下流端堰下のタンクに沈砂したものを計量して得た．更に通水し，定常状態に至るまで測定を繰返した．実験ケースは表－1に示している．表中最大時間は定常状態に達している時間であり，追加実験でこれを確かめている．水深hは水路下流端堰の操作により等流状態を維持して求めた．河床形態は砂漣と平坦河床で表中に夫々r，fと示した．

3．河床波の成長に伴なう変化について：最初平坦に敷いた河床に通水すると砂面の所々に河床波が発生し，時間とともに水路全長にわたって波形が形成される．その後徐々に波高，波長が増加し定常状態に至る過程を成長過程と考える．波形の成長は前報[1]で述べたように波高Hと波長 L_2 およびクレスト背面斜面勾配 θ の変化で表わせる．しかし実験ケース4は，通水開始直後に河床波が発生しただちに定常となる．この領域では，流量または勾配の微小な増加は河床波高の減衰をもたらし，逆に発達するようなケース1～3とは異なる領域であると考えられる．ケース1～3の発達する砂漣では，最初の通水直後の平坦な砂面での移動砂粒量は非常に少くて，河床波発生，成長とともに徐々に増加して行く．しかし両砂漣とも波高と波長の比 H/L_2 は 10^{-1} となる平均値を持つ．そこで代表的な波形のスケールとしてまず $L_2=L_{2\,50\%}=\overline{L_2}$，$H=10^{-1}L_2$ として決め，この値を持つ波形の平均値として θ，L_1/L_2 を採用することにした．L_1 はクレスト背面斜面長である．一但波形が形成されると大体相似形で成長するようであるから波高と水深の比 $\tau=H/h$ を成長のパラメーターとして考えることにした．τ および θ は夫々表－1中に示している．θ，L_1/L_2 は河床波成長過程ではほとんど一定である．

表－1．実験ケースおよび諸量

		I	q_0 l/sec·cm	T min.	h cm	U cm/sec	F	q_B cm³/s·cm	τ	θ	u_* cm/sec	ε	f'	f''
1	r.	1/400	0.20	0	7.0	28.6	0.35						3.64	4.48
				10	7.1	28.2	.34	0.012	0.15	0.19	20.9	0.05		
				40	7.1	28.2	.34	.059	.15	.15	20.6	.24		
2	r.	1/400	0.25	0	7.1	35.2	.42						2.52	5.73
				10	7.6	32.9	.38	.008	.14	.19	20.7	.05		
				20	7.8	32.1	.37	.028	.18	.23	21.0	.11		
3	r.	1/300	0.25	0	7.1	35.2	.42						3.21	4.03
				10	7.2	34.2	.41	.017	.15	.20	27.6	.05		
				20	7.3	34.3	.40	.043	.18	.19	27.0	.14		
				80	7.7	32.5	.37	.099	.22	.21	25.4	.33		
4	r.	1/250	0.20	0	5.4	32.0	.51						2.35	7.68
				10	5.4	37.0	.51	.183	.17	.13	29.8	.59		
5	f.	1/250	0.25	10	5.2	48.1	.67	.483			42.1	.98	15.80	
6	f.	1/200	0.20	10	4.0	50.0	.87	.526			46.6	.97	9.40	

4．流れの抵抗と河床波の成長について；表−1から分るように，特に発達する砂漣の領域においては，河床波が成長するに流速（水深）は減少（増加）するが流砂量は増加する．すなわち河床波高の増加は形状抵抗を増加させるとともに，連行砂粒量を増加させる．今流砂量 q_B を砂粒個数で表わすと，

$$q_B = n\int_0^\infty u_s p(u_s)\,du_s \qquad (1)$$

$$= \varepsilon n \overline{u_s} \qquad (2)$$

となる．ここに，n：単位河床面積の砂粒径厚さに存在する砂粒数で遮蔽効果を含むもの，u_s：砂粒移動速度，$p(u_s)$：移動速度が u_s である確率，ε：河床に存在する砂粒数のうち移動している砂粒数の割合で $\varepsilon \leqq 1$ である．1個の砂粒に働く流体抵抗と砂粒の摩擦抵抗が等しいとすると，砂粒が連行されるようなクレスト背面斜面上において次式が成立する．

$$(u-u_s)^2 = (4/3)dg(\sigma/\rho-1)/C_D\cdot(\cos(\theta-\alpha)\tan\varphi' + \sin(\theta-\alpha)) \qquad (3)$$

ここに，C_D：抵抗係数，$\tan\varphi'$：動摩擦係数 $\cong 0.4$，σ，ρ：夫々砂と水の密度，α：河床傾斜角である．レイノルズ数 ud/ν が 80〜300 の本実験範囲では砂粒を球形とすると C_D は次式で表わせる．

$$C_D = a(ud/\nu)^{-p}\ , \quad a \cong 10\ , \quad p \cong 1/2 \qquad (4)$$

εは，河床波が成長すると乱れが大となり連行される砂粒数が増加すると考えられるから，河床波成長のパラメターとして採用したτで表現できる．kを定数として，今簡単な次式を仮定する．

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 + k\tau\theta\cdot H/L_2) \qquad (5)$$

実験結果から u_s，εを式(2)，(3)により計算し表−1に示す．εは平坦河床領域において 1.0 となる．この領域では河床に存在する全砂粒が移動しているということが分る．また減衰する砂漣の領域でもεはかなり大きく1に近い値になっている．式(5)のkを与える関係を図.1に示す．減衰砂漣のデータについては $k=159$，発達砂漣では $k=28.4$ を得た．故に前者の方が河床波の砂粒連行量に与える影響が大きいと言える．ε_0は平坦に敷かれた河床での砂粒連行機構に関係するような量であると考えられる．

抵抗としてエネルギー勾配を採用して，その線型性を仮定し簡単な次式が得られる．

$$I = I' + I'' \qquad (6)$$

$$= \frac{f'n}{2gR}\int_0^\infty (u-u_s)^2 p(u_s)\,du_s\cdot\frac{L_1}{L_2} + \frac{f''}{2gR}(u-u_b)^2\left(\frac{H}{L_1}\right)\left(\frac{H}{h}\right)\left(\frac{H}{L_2}\right) \qquad (7)$$

ここに I'，I''：夫々摩擦抵抗および形状抵抗によるエネルギー勾配，f'，f''：夫々前述の抵抗係数，u_b：河床波伝播速度である．桟粗度の実験結果より $H/L_2=10^{-1}$ は形状抵抗を最小にする値である．$p(u_s)$の形状は未知であるが簡単に式(2)に習って変形し，また河床波のスケールは前節で得た値を使用する．$q \cong uR$，$u \gg u_b$ を仮定して，I'，I''は次式となる．

$$I' = \frac{f'n}{2gq}\left\{(1-\varepsilon)u^3 + \varepsilon B'^2(\theta+\varphi')u^{3/2}\right\}\frac{L_1}{L_2} \qquad (8)$$

$$I'' = \frac{f''\times 10^{-1}}{2gq}\theta\tau u^3 \qquad (9)$$

ここに $\qquad B'^2 = (4/3)(dg/10)(d/\nu)^{1/2}(\sigma/\rho-1) \qquad (10)$

式(8)，(9)とεから各実験ケースのf'，f''を求め表−1に示している．fig. 2，3は夫々f'対ε，f''対τをプロットしたものである．これらの値は前報のデータによるものも含んでいる．f'は発達砂漣では一定値となる．しかしεが1に近い範囲では大きな値となってばらつくようである．これは$p(u_s)$のゆがみの効果，および砂粒連行機構によるものであると考えられる．f''はほとんど一定となる．

今，与えられた勾配と流量の条件においては，河床波は最大の流砂量を与えるような形状に成長すると仮定する．q_Bを式(3)，(4)，(5)を用いて書き変えると次式となる．

$$q_B = n\varepsilon_0(1+k\theta\tau\times10^{-1})(u-B'(\varphi'+\theta)^{1/2}u^{1/2}) \tag{11}$$

q_B が増加するには u と τ の増加を必要とする．しかし τ の増加は式(9)より u の減少をまねく．このような関係から，河床波は式(6)を満足させながら式(11)を最大値にするような状態で定常状態になる．この u を求める関係は次式となる．

$$I = u^3(C_1-KC_2) + \frac{u^3\{(C_2-C_1)u^2+C_1Bu^{1/2}\}\{3(C_1-KC_2)(u-\sqrt{B}u^{1/4})^2+(2u-1\frac{1}{4}\sqrt{B}u^{1/4})\}}{(2u+5/4\cdot\sqrt{B}u^{1/4})(u-\sqrt{B}u^{1/4})^3} \tag{12}$$

このとき流砂量は

$$\frac{q_B}{n} = \frac{u^2\{3(C_1-KC_2)(u-\sqrt{B}u^{1/4})^2+(2u-1\frac{1}{4}\cdot\sqrt{B}u^{1/4})\}}{(2u+5/4\cdot\sqrt{B}u^{1/4})(u-\sqrt{B}u^{1/4})} \tag{13}$$

となる．ここに

$$C_1 = \frac{f'n}{2gq}, \quad C_2 = \frac{f''\times10^{-1}}{2gq}\theta\varepsilon_0, \quad B = B'^2(\varphi'+\theta), \quad K = \frac{k\theta\varepsilon_0}{10} \tag{14}$$

式(12)によって計算された流速と実験結果を比較して示したものが fig.4 である．図から分るようにかなり良く一致している．初期平坦河床での流速からの減少を矢線で示している．

以上のことから，i．河床波の成長は砂漣の場合波高と水深の比で表わすことができる，ii．抵抗は仮定された簡単な式(7)で良く表現できる，iii．定常状態に至る過程は流砂量を最大にするような過程である，ということがわかる．しかし，ε に対する河床波の効果について更に多くの実験を行なって検討せねばならない．また，$P(u_s)$，ε_0 に関係して，砂粒の加速される機構と流れの抵抗についての研究が必要である．

1) "sand waves 成長過程における波形の変化について"，関西支部年講講演概要，1973，6月

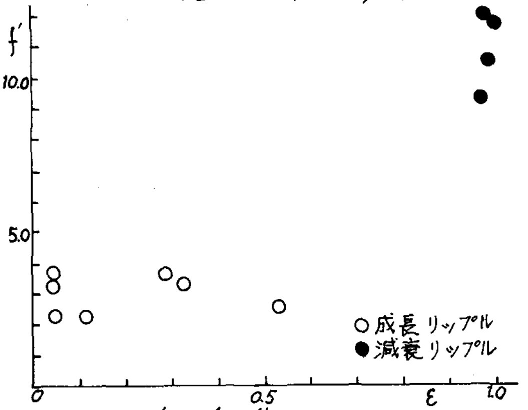

fig-1. f'〜ε

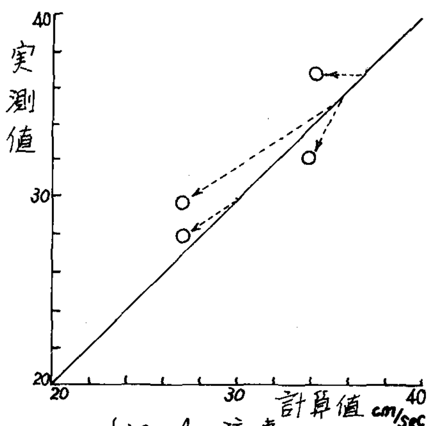

fig.-4 流速

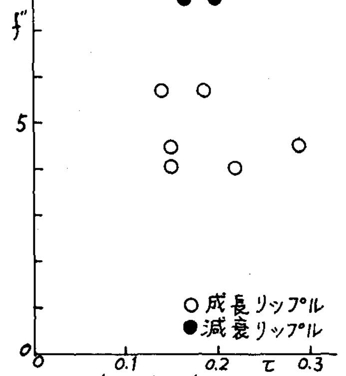

fig-2. f''〜τ

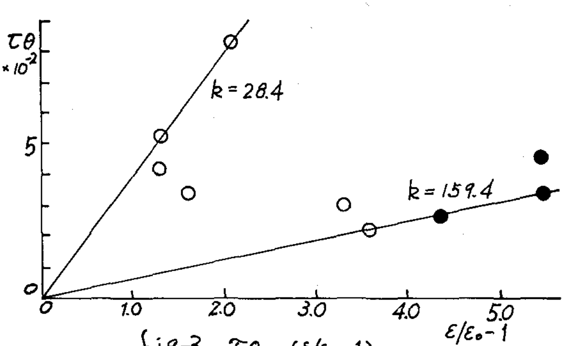

fig-3. τθ〜(ε/ε₀-1)