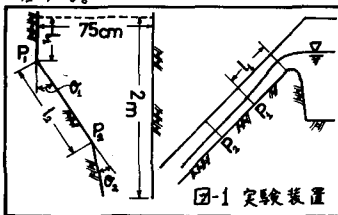


1. 緒言

射流水路において側壁の偏向など、境界面の不連続により発生する衝撃波については、A.T. Ippen, R.T. Knapp⁽¹⁾などの研究があり、その性質についてかなり明らかにされている。しかし、水路勾配の大きい水路における不等流の中で発生する衝撃波についての研究はあまり例をみない。筆者らは、広長方形断面水路の不等流において側壁の偏向により発生する衝撃波について、二三の実験および解析を行なったのでここに報告する。



2. 実験装置と方法

実験は図-1に示すような水路を用いて行なった。R₁, R₂は側壁偏向角の位置であり、

その位置および偏向角により、表-1に示すようなTYPEに分けて実験を行なった。表-1

TYPE	l ₁	l ₂	θ ₁	θ ₂	実験配	TYPE	l ₁	l ₂	θ ₁	θ ₂	実験配
A-1	10cm	80cm	20°	0°	1/44	A-2	40cm	80cm	20°	0°	1/10
B-1	"	20cm	"	10°	"	B-2	"	40cm	"	10°	"
C-1	"	"	"	20°	"	C-2	"	"	"	20°	"
A-3	40cm	80	10°	0°	1/19						

流量Qは10³/sおよび20³/sとした。

3. 流れのモデルと解析法

射流水路において側壁の偏向による衝撃波については、よく知られているように次のような結果が得られている。

$$\sin \beta = \left(\frac{1}{K_1} \right) \left[\left(\frac{h_2}{h_1} \right) \left(\frac{h_1}{h_2} + 1 \right) \right]^{1/2}, \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{\tan \beta}{\tan (\beta - \theta)} \quad (1)$$

$$F_2^2 = \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \left[F_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right) \left(1 - \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^2 \right) \right] \quad (2)$$

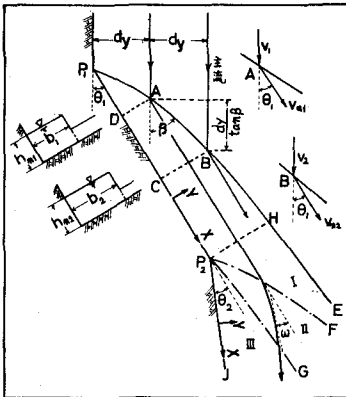


図-2 流れのモデル

ここに、 h_1, F_1 : 衝撃前の水深およびフルド数、 h_2, F_2 : 衝撃後の水深およびフルド数、 β : 衝撃波角、 θ : 側壁偏向角。

ダム余水吐のように、流速の変化する射底での衝撃波については(1)式をそのまま適用することはできないので、以下に示す

ような近似解法を用いた。図-2に示すように偏向角の流れ(主流とする)を微小区間毎に分割して考え、衝撃波の断面は長方形と仮定する。微小区間毎での衝撃波面A-Bは直線と仮定し、A-Bから流入する主流の水深 h_1 および流速 u_1 はA-B間で一定と仮定する。検査面ABCDにおける連続の式、X方向、Y方向の運動量の式は、

$$h_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + dy_1 - h_2 u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$h_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + dy_1 \cos \theta_1 - h_2 u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - (\cos \theta_2 / F_1^2) \{ h_2 u_2^2 - h_1 u_1^2 - K_2 dy_1 - K_1 (h_1 u_1 + h_2 u_2) dy_1 \tan \alpha \cos \theta_1 \} = 0 \quad (3)$$

$$\sin \theta_1 + (K_1 \cos \theta_2 / F_1^2) \{ 1 + (h_1 u_1 + h_2 u_2) \tan \alpha \sin \theta_1 - \frac{1}{2} (h_1^2 u_1^2 + h_2^2 u_2^2) \} = 0 \quad (4)$$

ここに、 $u_1 = u_1 / h_1$, $u_2 = u_2 / h_2$, $h_1 u_1 = h_1 u_1 / h_1$, $h_2 u_2 = h_2 u_2 / h_2$, $u_1 = u_1 / h_1$, $u_2 = u_2 / h_2$, $dy_1 = dy_1 / h_1$, $K_1 = \cos (\beta - \theta_1) / \sin \beta$, $K_2 = \sin (\beta - \theta_1) / \sin \beta$, $F_1^2 = u_1^2 / g h_1$ 、 $h_1 u_1 = h_1 u_1 + d h_1 u_1$, $h_2 u_2 = h_2 u_2 + d h_2 u_2$ とおく、(2)式より、

$$d u_1 = \left[dy_1 - \{ h_1 d h_1 + d h_2 (h_1 u_1 + d h_2) \} u_1 \right] / \{ (h_1 + d h_2) (h_1 u_1 + d h_2) \} \quad (5)$$

(2), (4)式より

$$d h_1 = (dy_1 / \chi_1) \cdot [\chi_2 - \cos \theta_1 - (K_2 h_1 u_1 + 2) u_1] \quad (6)$$

$$\begin{cases} \chi_1 = (h_1 + K_2 dy_1) \{ u_1 - (\cos \theta_2 / F_1^2) (h_1^2 u_1^2 - \frac{1}{2} K_1 \tan \alpha \cos \theta_1 dy_1) \} \\ \chi_2 = (\cos \theta_2 / F_1^2) \{ K_2 (h_1^2 u_1^2 - 1) - K_1 \tan \alpha \cos \theta_1 (2 h_1 + K_2 dy_1) h_1 u_1 \} \\ d h_1 = K_2 dy_1, \quad K_2 = (1 - \sin \theta_1 - K_1) / \cos \theta_1 \end{cases}$$

(3)式より K_1 と求める

$$K_1 = (1/2 \chi_1) \{ \chi_2 + \{ \chi_1^2 + (g \chi_2 F_1^2 / \cos \alpha) \}^{1/2} \} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \chi_2 = \tan \alpha \tan \theta_1 (h_1 u_1 + d h_2) dy_1 \\ \chi_1 = (1/\sin \theta_1) + \tan \alpha (2 h_1 + d h_2) u_1 - (1/\sin \theta_1) (h_1 u_1 + d h_2) h_1 u_1 \\ + (\tan \alpha / \cos \theta_1) (h_1 u_1 + d h_2) \end{cases}$$

主流の水面形は広長方形水路における不等流の水面形を与える式によって与えられる。

$$dh/dx = \{ \sin \alpha - g^2 / C^2 F_1^2 \} / \{ \cos \alpha - (d^2 g^2 / F_1^2) \} \quad (8)$$

α : イネルグ-補正係数、 g : 単位中流量、 C : Chezy の係数。

以上の式を用いて偏向角 θ_1 からの衝撃波形を求める手順は、[1] 偏向角 θ_1 における h_1, u_1 を与え、(1)式により θ_1 における境界条件 h_1, u_1 を求める。 $\theta_1 = 0$; [2] (5), (4), (7)式を連立で解き、断面B-Cの h_2, u_2, θ_2 を求める。[3] B点における h_1, u_1 は(6)式より求める。以上の方法をくり返すことにより、衝撃波面形RABおよび側壁にそった水深を求める。

4. 実験結果および考察

図-3に、側壁に垂直方向に測定した衝撃波断面形の一例を示す。水理条件が表-1)にれば

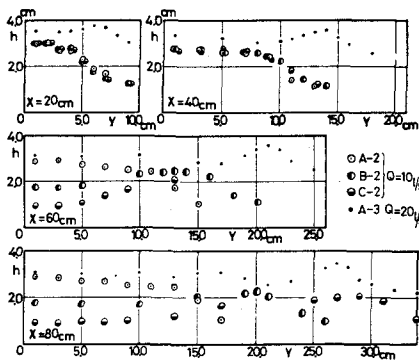


図-3 衝撃波断面形

TYPE(A),(B)の波形は R_2 まではTYPE(C)と一致する。しかし、 R_2 より下流では、 R_2 での偏向による影響が下流入と伝

播し、いわゆるPlanmill-Hayen Flow⁽³⁾⁽⁴⁾と類似の現象となり、図-3から次の3つの領域の存在が認められる。[1]図-2に示す領域Iで、 R_2 での偏向による影響は R_2 にそって下流に伝わり、I領域では偏向の影響はうけず、流れは側壁 R_2 に平行で、流れに直角な断面では水深は一定となる；[2] R_2 と R_3 で囲まれた領域IIで、流れは R_2 を通過すると側壁の方向へ回り始め、水深は側壁に向って低下する；[3] R_3 と側壁 R_4 で囲まれた領域IIIで、流れは R_3 から下流で側壁に平行となり、流れに直角方向で水深は一定である；

A.T. Ippenらは波状跳水現象の研究⁽⁵⁾において、跳水前後の水深比 $h_m/h_c < 2$ 、衝撃波面に直角方向のフルード数 $F_m = U \cos \theta / \sqrt{g h_m} < \sqrt{3}$ で波状跳水となることを示した。筆者らの実験でも $h_m/h_c < 2$ (TYPE(A))で波状跳水を呈する。しかし、流れが不斉流のため、波状跳水から完全跳水への遷移領域の判

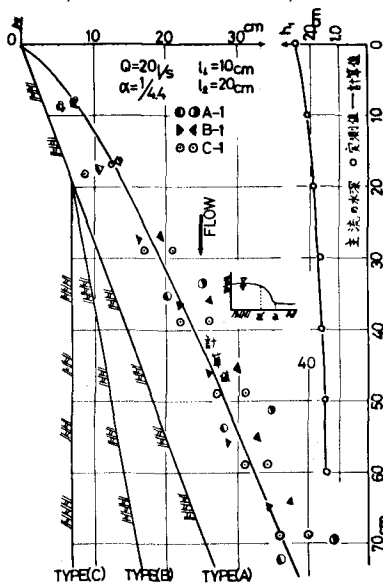


図-4 衝撃波形状

別など困難な点が多い。しかし、波状跳水においても衝撃波の平均的な形および側壁にそった水深は、ここに示す方法で求められる。図-4の衝撃波形状の測定値は、主流から衝撃波領域への移行区間(図中の α)を示し、図-3

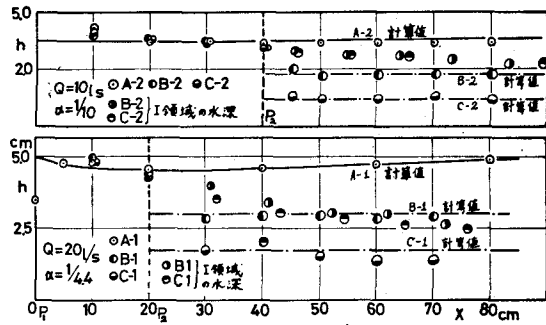


図-5 側壁にそった水深

から求めた。TYPE(A)の計算値は実験結果とはほぼ一致している。3つのTYPEを比較すると、その差異は認められず、衝撃波形状に関しては、 R_2 までの偏向による影響はかなり下流まで表われないうのである。図-5は、3つのTYPEの側壁にそった水深を示す。TYPE(A)では計算値と実測値はよく一致する。TYPE(B)(C)の実験値は、 R_2 までは(A)と一致し、 R_2 を過ぎると側壁にそった水深は急激に低下し、その後はほぼ一定水深を保つ。一般に、流れがMach Waveを通るとき方向変化量 ω (図-2)とフルード数との関係は⁽⁶⁾

$$\omega = \sqrt{3} \tan^{-1} \left\{ \sqrt{3/F^2 - 1} \right\} - \tan^{-1} \left\{ 1/\sqrt{F^2 - 1} \right\} - \omega_1 \quad (9)$$

ω_1 :積分定数。またexpansion waveにおいて偏向前後の水深とフルード数の関係は、

$$R_1/R_2 = (F_1^2 + 2)/(F_2^2 + 2) \quad (10)$$

ここで、前述の方法で計算した断面 R_2 での R_{m1} , U_{m1} を用い、式(9)(10)で $\omega = -\theta_2$, $F_1 = U_{m1}/\sqrt{g R_{m1}}$, $F_2 = F$, $R_1 = R_{m1}$ として偏向後の水深 R_2 を求めると、図-5の- R_2 鎖線となる。TYPE(B)(C)で R_2 以後の側壁にそった水深は、 R_2 までの下流を除いては(9)(10)式の計算結果と一致する。図-5にI領域の水深を示しているが、下流入除々に低下しており、TYPE(A)に比し、かなり低下する。水路勾配が急になると、特にTYPE(B)ではIII領域の水深差がなくなり、3つの領域の区分が困難となる。

参考文献

- (1) A.T. Ippen; Mechanics of Supercritical Flow, High Velocity flow in Open Channel, a Symposium, Trans. A.S.C.E. No. V, 1949
- (2) (1)に同じ
- (3) 山島 富永; 射流分岐水路の流量配分について. 土木学会論文第585号
- (4) 中川; 横越流ビキの越流特性について. 京大防災研年報第11号
- (5) A.T. Ippen, D.R. Harleman; Verification of theory for Oblique Standing Wave, Proc. A.S.C.E. Vol. 80.
- (6) (4)(3)に同じ