

まえがき いま、管路または開水路などの流量を計算しようとするとき、その適用限界があるとしても、Manning や Chézy をはじめとして、幾多の経験式や合理式と言われる平均流速式が数多くあり、市販の水理学の教科書や参考書を開いてみると、「管径 D や動水勾配 I 、壁面の粗さや材質を示す粗度係数 n や相等粗度 ϵ などを与えて、流量を Colebrook-White, Manning, Hazen-Williams などの各式で計算し比較せよ。」などの例題や演習問題が、ほとんどどの本にも載っている。しかし、上記諸条件を満足する水路に、実際に水を流すと、時刻や場所によって流量は変るはずはなく、ある一定の流量きり流れないはずである。

したがって、上記諸式のうち、或式はその適用範囲が適切でなかったり、明確さを欠き、また或式はその妥当性を欠いてるのではないと思われる。また、ともすると、経験式と称される実験式は、現在理論式あるいは合理式と称されているものとの結びつきが、必ずしも明確でないがゆえに軽んじられがちである。

本報においては、以上の様な疑問点を踏まえ、実験的事実を重視しながら、理論的に平均流速の式を誘導し、この半理論式が成立することを実験的に実証し、在来の式との比較検討を試み、各種の流れ、すなわち、透水、群杭間隙内の流れ、管路内の流れ、開水路の流れなどを総合的に考証し、流れというものの特性を本質的に見極めるべく努力した成果の中の、比較的細い管路についての 2, 3 の成果を報告するものである。

§-1 抵抗係数

壁面抵抗係数 ζ を一般の水路の場合と同様に、 $\tau_0 = \zeta \rho v^2 / 2$ と仮定し、流れ方向 l 区間の釣合の条件より、管路内の壁面抵抗係数 ζ の一般式

$$\zeta = R \frac{2g}{v^2} \cdot I, \quad \text{円管の場合は } \zeta = \frac{1}{2} \frac{gd}{v^2} \cdot I \cdots \cdots (1)$$

が求まる。

§-2 理論的考察

管路内の流れを規定する要素としては、つぎのようなものが考えられる。

v : 流速 μ : 水の粘性係数 C_k : 管の形状係数 ΔP : 圧力差 g : 重力の加速度
 t : 水温 ρ : 水の密度 C_s : 壁面の粗さ係数 l : 水路長 d 又は R : 管径又は径深

これらの要素間の関係を

$$f(v, \Delta P, l, d, \mu, g, \rho, t, C_k, C_s) = 0$$

とおき、基本物理量として d, ρ, v を選り、上式を無次元化すると

$$F\left(\frac{gR_L}{v^2}, \frac{l}{d}, \frac{vd}{\nu}, \frac{gd}{v^2}, C_k, C_s\right) = 0$$

$$\text{ここで } \frac{gR_L}{v^2} = \zeta \frac{l}{2R}, \quad Re = \frac{vd}{\nu} \quad \text{又は } \frac{vR}{\nu}$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gd}} \quad \text{又は } \frac{v}{\sqrt{gR}}$$

$$\text{とおけば } \zeta = \frac{2R}{l} \phi'(Re, Fr, \frac{l}{R}, C_k, C_s)$$

となる。Fig-1 は、管路の流れにおける Re と ζ との実験値であり、両対数方眼紙上において直線分布している。したがって、 Re と ζ の関係は、 K を定数として $\zeta = K Re^m$ となる。この関係と上式とより

$$\zeta = Re^m \frac{2R}{l} \phi''(Fr, \frac{l}{R}, C_k, C_s) \quad \text{ここで } K = \frac{2R}{l} \phi''$$

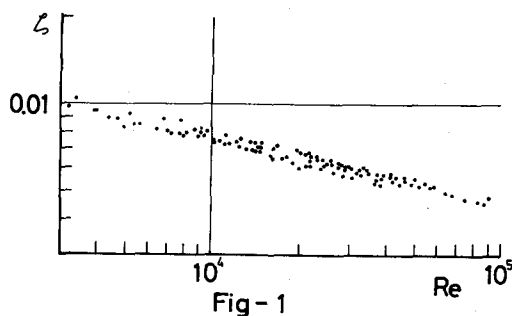


Fig-1

は、 ε や R に左右されず、 C_k, C_s のみに関係するので、 K は次式で表わせる。

$$K = 2 \phi'''(C_k, C_s)$$

$$\therefore C_s = Re^{-m} \cdot 2 \phi'''(C_k, C_s) \quad \dots \dots (2)$$

(1), (2)式より ν を求めると次式となる。

$$\nu = \phi \frac{g^{m'}}{\nu^{2m'-1}} R^{n'} I^{m'}$$

ここで

$$\phi = (2-m) \sqrt{\frac{1}{\phi'''}} \quad , \quad m' = \frac{1}{2-m} \quad , \quad n' = \frac{1+m}{2-m}$$

$$n' = 3m' - 1$$

ϕ は C_k, C_s の関数であるが、 C_k, C_s の定義はまだ明確には行っていない。これらの二つの要素の値は、管の形状、管

壁の状態を定めれば、ある定まった係数と考えられる。したがって、 ϕ 関数は、次式のようにおくことができる

$$\phi = k C_k C_s \quad , \quad k: \text{定数}$$

ゆえに、管路の平均流速の式は、次式となる。

$$\nu = k C_k C_s \frac{g^{m'}}{\nu^{2m'-1}} R^{n'} I^{m'}$$

$\dots \dots (3)$

$$n' = 3m' - 1$$

第26～28回年次学術講演会「粗粒子層の

透水に関する研究(第1～7報)」において、筆者らは透水現象の分類に関する「流れの五領域分類法」を提案してきた。この五領域分類法の条件が、管路の流れに適用できるかどうかは、分からないが、(3)式にこの条件を代入してみると、表-1となる。

表-1より、Poiseuilleの式は第I領域の安田の式と一致し、Hazen & Williamsの式とChézyの式は、従来、共に乱流域の式と言われていたが、実はHazen & Williamsの式は第IV領域の式であり、Chézyの式はほぼ第V領域の式であり、共に安田の第IV、V領域の式に一致する。また、Manningの式やその他の式は、五領域分類法のどの領域にも当らず、安田の半理論式 $n' = 3m' - 1$ を満足していない。

§-2 実験結果と考察

2-1 実験装置

循環水路方式で、使用管路は下記の塩化ビニール管で、有効管長：4 m、圧力測定間隔：1.5 m、圧力測定点：3点であり、また管径は、40.10, 31.31, 27.75, 19.52, 18.15, 13.20 mmである。

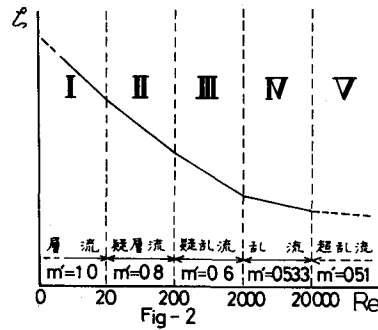


Fig-2

領域の分類 名称 条件 m=C	安田の平均流速式	従来の平均流速式	
		発表者の氏名	平均流速式
I 1.0	$\nu = C \frac{\rho g}{\mu} R^2 I$	Poiseuille	$\nu = \frac{1}{2} \frac{\rho g}{\mu} R^2 I$
II 0.8	$\nu = C \frac{g^{0.8}}{\nu^{0.6}} R^{1.4} I^{0.8}$		
III 0.6	$\nu = C \frac{g^{0.6}}{\nu^{0.2}} R^{0.8} I^{0.6}$		
IV 0.54	$\nu = C \frac{g^{0.54}}{\nu^{0.08}} R^{0.62} I^{0.54}$	Hazen & Williams	$\nu = 0.84935 C R^{0.63} I^{0.54}$
V 0.51	$\nu = C \frac{g^{0.51}}{\nu^{0.02}} R^{0.53} I^{0.51}$	Chézy	$\nu = C R^{0.5} I^{0.5}$
安田の式	$\nu = C \frac{g^{m'}}{\nu^{2m'-1}} R^{n'} I^{m'}$	$C = k C_k C_s \quad n' = 3m' - 1$	

表-1

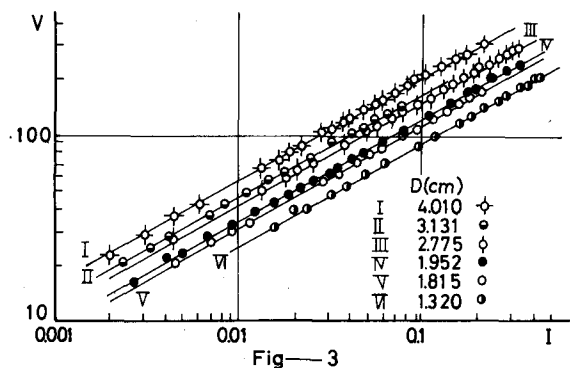


Fig-3

2-2 動水勾配と流速

Fig-3は、各管路におけるIとvとの測定値であり、I-v関係が両対数方眼紙上において、直線分布していることが分る。したがって、Iとvとの関係は次式

$$v = k I^{m'} \quad \dots (4)$$

で示される。(4)式により、 m' は最小二乗法により計算し、各々の平均値をとると

$$m' = 0.566$$

となる。

Fig-4より、 m' は d に無関係であることが分る。また、透水の場合と同様に、 m' は管の形状や壁面の種類には左右されず、流れの領域で固有の値を取るものと予想される。

2-3 k と d との関係

Fig-5により、 k と d との関係は次式

$$k = k' d^{n'}$$

で示される。この関係より、 k' 、 n' を最小二乗法により求めると

$$n' = 0.692, \quad k' = 280.65$$

となり、この n' を(3)式より計算する

と、 $m' = 0.566$ であるから

$$n' = 3m' - 1 = 0.698$$

となり、実験値と非常に良く一致する。以上のことより、今回の実験式

は、C, g, s単位で次式となる。

$$v = 280.65 d^{0.692} I^{0.566} \quad \dots (5)$$

$$1.320 \text{ cm} \leq d \leq 4.010 \text{ cm}$$

$$12^\circ \text{C} \leq t \leq 17^\circ \text{C}$$

$$2000 \leq Re \leq 100000$$

Fig-3の実線は、(5)式によるグラフであり、実験式(5)と実測値は非常によく一致し、安田の半理論式(3)式が成立することが実証された。

3-3 従来の式との比較

従来の平均流速に関する式のうち、指数型公式

$$v = C d^{n'} I^{m'}$$

で表わされるものを表-2に示す。

表-2より、従来の大半の式は、(3)式、特に指数関係 $n' = 3m' - 1$ を満足している。最後に、本研究の実験協力者の本学部助手藤田龍之なりびに卒業研究生、甲賀豊光、田母神広務君に感謝します。

参考文献

- 1) 安田禎輔；群杭間隙内の流れに関する研究(I)，第15回日本大学工学部学術研究報告会講演予稿集 昭和47年
- 2) 安田禎輔，藤田龍之；粗粒子層の透水に関する研究(第1～7報) 土木学会第26～28回 昭和46～48年

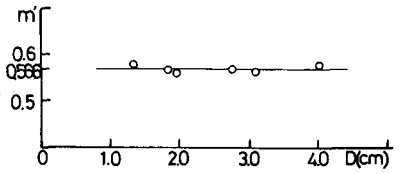


Fig-4

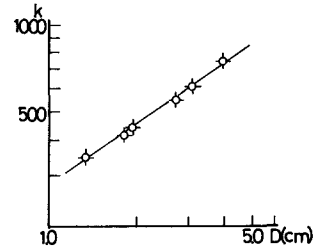


Fig-5

発表者の氏名	年	m'	n'	$3m'-n$	$n/(3m'-1)$	備考
Vidal & Kauffman	1907	0.645	0.806			
"	"	0.585	0.731	0.755	0.9682	
Hagen	1854	0.571	0.714	0.713	1.0014	Flamant 1892
Woltman	1971	0.571	0.571			Sophie
安田 禎輔	1973	0.566	0.692	0.698	0.9914	Schoder 1903
東京都水道局	1962	0.56	0.72	0.680	1.0588	
Scotty	1921	0.556	0.65	0.668	0.9731	
Lampe	1873	0.555	0.693	0.665	1.0421	
Hagen & Williams	1910	0.54	0.63	0.620	1.0161	
Wegmann & Aeryns	1925	0.539	0.732			
Biegeleisen & Bukowsky	1914	0.526	0.579	0.578	1.0017	Chézy 1775
Brahms	1754	0.500	0.500	0.500	1.0000	Eytelwein 1796
Manning	1891	0.500	0.667			Dupuit 1865
Vidal & Kauffman	1907	0.490	0.613			Manning 1878
"	"	0.457	0.571			
Flamant	1892	0.444	0.333	0.332	1.0030	

表-2