

東京都立大学工学部 正員 安 川 浩
建設省 中部地建 正員 〇 藤 芳 素 生

〔要旨〕 断面急変部を有する管系に於ける振動流による圧力分布は、調圧水槽と貯水池とを結ぶ管系に於ける自由振動の減衰特性等により重要な役割りを果たしていると考えられるが、本に明らかでない点が多いようにみられる。本研究は断面急変部を有する管系での自由振動の減衰特性を明らかにする目的で、管にオリスと有するU字管内水流の自由振動時に於けるオリス近傍の圧力分布を測定し、定常流に於けるそれとの相違と類似を明らかにしようと試みたものである。

1. 運動量方程式に基づく管内圧力分布の概算

曲線形管軸を有する管内での流体運動力は、管軸の曲率半径 R が管半径 r と較べて充分大きければ、円筒座標により近似的に扱えることが知られている。軸方向速度成分を u 、半径方向成分 v 、円筒面に沿う剪断応力 τ とすれば、軸方向への運動方程式、並びに連続式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \tau}{\rho} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (ru) + \frac{\partial}{\partial r} (rv) = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) 式に於ける左辺第3項を $v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} (uv) - u \frac{\partial v}{\partial r}$ と変形し、(2) 式を考慮すれば、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruv) = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \tau}{\rho} \right) \quad \dots \dots \dots (3)$$

一方 $D \int_A f(z) dz = \int_A Df(z) dz + f(z) DS + f(-d) Dd$ と考慮し、先づ $2\pi r dr$ を乘じて(3) 式を $r=0$ から管壁 r_0 まで積分し、次に x について x_1 から x_2 まで積分すれば、流量 $Q = \int_0^{r_0} 2\pi r u dr$ を用いて次式が得られる。

$$\begin{aligned} (x_2 - x_1) \frac{\partial Q}{\partial t} + \left[\int_0^{r_0} 2\pi r u^2 dr - \int_0^{r_0} 2\pi r u_1^2 dr \right] \\ = -g \left[\int_0^{r_0} \left(\frac{p}{\rho g} + h_2 \right) 2\pi r dr - \int_0^{r_0} \left(\frac{p}{\rho g} + h_1 \right) 2\pi r dr \right] \\ + g \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) 2\pi r_0 \frac{\partial r_0}{\partial x} \right\} dx + \frac{1}{\rho} \int_{x_1}^{x_2} 2\pi r_0 \tau_0 dx \quad \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

(4) 式は(3)の (x_1, x_2) 内の流体に於ける運動量方程式で、同じく内の一様断面であれば、同式の左辺第2項内は相殺し、他方右辺第2項も消去される。その故一様断面部に於ける圧力分布は断面内圧力分布の一様性を仮定すれば、次式で表わされる。こゝで $A = \pi r_0^2$ 。

$$\frac{p_2}{\rho g} + h_2 = \left(\frac{p_1}{\rho g} + h_1 \right) - \frac{(x_2 - x_1)}{gA} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2\pi r_0 \tau_0}{\rho} \right) \quad \dots \dots \dots (5)$$

(5)式 の右辺第2項が 2乗的の圧力降下を乗ったが、慣性項 $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$ とマッハ損失項 $2\pi r_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} / \rho$ との大小関係が注目される。大さこの程度を比較すれば、 $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} / 2\pi r_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} / \rho = O(r_0 \sqrt{\frac{\pi}{2g}})$ であるから、層流時に与える無次元管径⁽²⁾ $\gamma = r_0 \sqrt{\frac{\pi}{2g}}$ は慣性項と粘性項の比を乗った、 $\gamma \gg 1$ では粘性項は無視できる。その故この場合には重水勾配 $I = \frac{1}{gA} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$ が得られる。

一方(14)(x, x₂)に断面急変部を有する場合、(4)式から明らかなように、左辺第2項の運動量flux AU 、右辺第2項の管壁に働く圧力の輻射力成分が付け加えられるのは定常流の場合と同じである。

2. U字管振動に与える管のオリフィス近傍の圧力分布

振動流に与えるオリフィス近傍の圧力分布を調べる目的で、内径10cm、長さ25mのU字管の片方の水面から13.21mの箇所には図-1に示す口径5cm²の管のオリフィス近傍の圧力分布を図-1に示す。同図に示すオリフィスよりfar upstream及びfar downstreamに与える重水勾配線の(16)は明瞭なギャップの存在が読みとれる。オリフィスから上下流に充分離れた2乗(16)では(4)式に与える運動量fluxの差は無視できると予想されるから上記重水勾配線の差 $(P_{01} - P_{02}) / \rho g$ は(4)式右辺第2項により次式で与えられる。

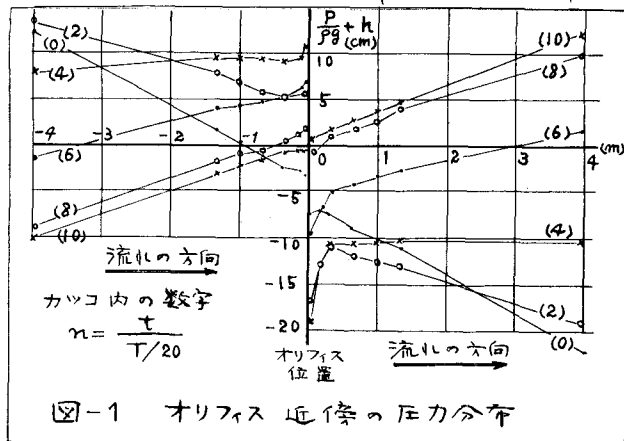


図-1 オリフィス近傍の圧力分布

$$\frac{P_{01} - P_{02}}{\rho g} = \frac{1}{A} \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \left(\frac{P}{\rho g} + h \right) 2\pi r_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} dx = \frac{(A-a)(\bar{P}_{01} - \bar{P}_{02})}{A \rho g} \quad (6)$$

(6)式に与えるオリフィス直前直後の断面平均圧力 $\bar{P}_{01}$, $\bar{P}_{02}$ は理論上では正確には与えられるから便宜的に管壁に与える実測値 P_{01} , P_{02} で代用し(6)式の値をプロットしたものと(図-2)に示す。同図には振動の初期振幅 $\xi_0 = 47.9$ cmを記入しているが、 $\xi_0 = 32.9$ cmに与えた同条件に(6)式の両辺の合致は良好である。また水面の降下速度に与える速度水頭の瞬時変化をも同図に記入したから圧力差との位相差が大きく定常流に与えるような単一の損失係数によっても関係がとれないようである。

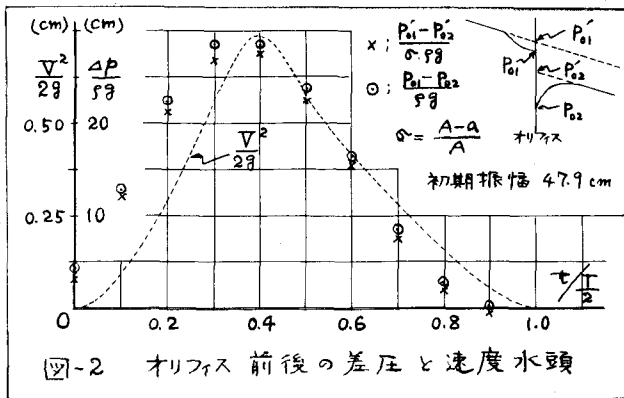


図-2 オリフィス前後の差圧と速度水頭

3. 謝辞

本研究は一部、文部省科研費総合研究(代表者 中沢太学 股部昌太郎教授)によるものであることを付記し深く感謝の意を表す。

参考文献

- (1) 千根、白水、井野「利水口抵抗損失に関する実験的研究」電研報告土木59014, 1959
- (2) 安川、田川「管の振動流の減衰性に関する研究」土木学会論文報告集第208号 1970年12月。