

東京工業大学工学部 正会員 吉川秀夫
 東京工業大学工学部 正会員 O池田駿介
 東京工業大学工学部 川村幸生

弯曲水路を流下する流れにおいては上層と下層の遠心力の違いが生ずる為に二次流が発生する。本稿においては発達域における二次流の計算法を提案し、後に河床の粗度が二次流の大きさに及ぼす影響を調べ、又実際規模の弯曲している河川への適用も行った。

1. 二次流の計算法と計算値と実測値の比較

円筒座標系において渦度表示を用いた運動方程式は渦動粘性係数を断面内で一定とすると

$$U \frac{\partial \xi}{\partial R} + W \frac{\partial \xi}{\partial Z} - \frac{U \xi}{R} = \frac{\partial}{\partial R} V \frac{\partial V}{\partial Z} + \varepsilon \left(\nabla^2 - \frac{1}{R^2} \right) \xi \quad (1)$$

である。ここで連続式から二次流に関する流れ函数 ψ を定義すると二次流の成分 U, W は

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Z}, \quad W = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad (2)$$

で与えられるが、これらを(1)式中に代入しその際に非線型項及び $1/R$ で割られた項を小さいとして無視すれば、

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial R^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial R^2 \partial Z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial Z^4} = -\frac{\partial}{\partial R} V \frac{\partial V}{\partial Z} \quad (3)$$

を得る。無視された項は後に計算され、その影響が最も大きくあらわれる側壁近傍でも高々 10% であった。

主流の速度分布は河中と水深の比 B/H が約 10 以上であれば充分対数則が適用され、かつ発達域を考慮していることから強制渦型の分布を仮定すれば

$$\frac{V}{V_a} = \frac{R}{R_c} \frac{\log \frac{Z+\delta}{K_s}}{\log \frac{H+\delta}{K_s} + \frac{\delta}{H} \log \left(\frac{H}{\delta} + 1 \right) - 1} \quad (4)$$

で与えられる。ここに δ は図-1 に示されるように弯曲水路外岸側から発達してくる乱流境界層の厚さであり、 V の速度分布に対数則を用いた場合底面 $Z=0$ で(3)式右辺の $\frac{\partial V}{\partial Z}$ が無限大となり従って二次流の大きさが底面で無限大となる不合理を取り除く為に導入された。この時 δ は薄い境界層内の力の釣り合いから

$$\frac{\delta}{B} = 0.19 \left(\frac{\partial V}{U_{R0} B} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad U_{R0} = \left(6.43 V_a^2 \frac{B}{R_c} \frac{1}{1 + \frac{B^2}{12 R_c^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

によって与えられる。流れ函数をフーリエ級数

$$\psi = \sum_{l,m=1}^{\infty} A_{lm} \sin \frac{l\pi Z}{H} \sin \frac{m\pi \xi}{B} \quad (6)$$

で表わし、(3)式に代入すれば A_{lm} は

$$A_{lm} = -\frac{8}{\varepsilon} \frac{1}{HB\pi^4} \frac{\int_0^B \int_0^H V \frac{\partial V}{\partial Z} \sin \frac{l\pi Z}{H} \sin \frac{m\pi \xi}{B} dZ d\xi}{\left\{ \left(\frac{l}{H} \right)^2 + \left(\frac{m}{B} \right)^2 \right\}^2} \quad (7)$$

で与えられる。従って二次流の速度成分は(2)式によって計算される。図-2 はこのようにして得られた計算値と実測値の比較を行ったものである。実測値は粗砂 $d_{50} = 0.18 \text{ cm}$ をはりつけた中心角 306° 、中心半径 450 cm 、巾 100 cm の円形水路で得られたものである。

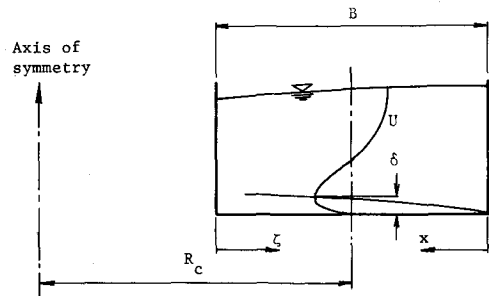


Fig. 1. Schematic view of the model.

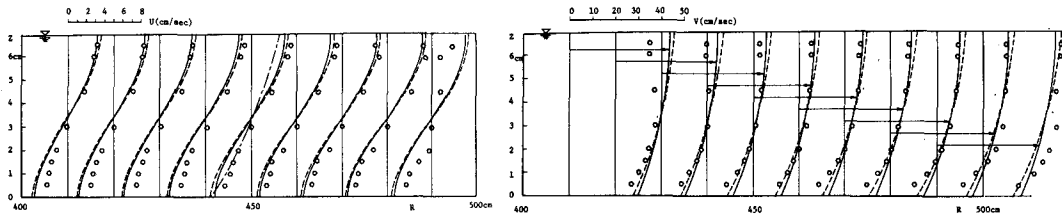


Fig. 2. Comparison of theoretical values with experimental results.

--- : theoretical (logarithmic), — : theoretical (parabola)
- · - : Rozovskii's formula, O : experimental results.

2. 河床の粗度が二次流の大きさに及ぼす影響

流量が同一であっても粗度が異なる場合には水深、流速が変化する為に二次流の大きさが変化するであろうことは充分予想される。ここでは $\frac{V_a}{V_*} = 5.75 \frac{R}{R_c} \log \frac{Z+\delta}{K_s}$ を水路の断面内で平均した式

$$\frac{V_a}{V_*} = 5.75 \left\{ \log \frac{H+\delta}{K_s} + \frac{\delta}{H} \log \left(\frac{H}{\delta} + 1 \right) - 1 \right\} \quad (8)$$

$$V_* = \sqrt{g \frac{Q}{BV_a} i}$$

と(5)式を用いて K_s と V_a , H , δ の間の関係を調べ、その後前述の方法を用いて二次流の計算を行った。その結果を図-3に示してあるが、これから流量が一定であるとき、 K_s をパラメータにして変化させると二次流の大きさは河床面が粗であるほど小さくなることとが与えられる。

3. 実際規模の河川での二次流計算

適用例として $B=20\text{cm}$, $R_c=100\text{m}$, $Q=50\text{m}^3/\text{s}$, $i=1/1000$, $\eta=0.03$ の河川を考える。水深及び平均流速を Manning 式を用いて求め、その後二次流の速度分布を計算した。その結果を図-4に示してある。

4. 結論

川幅と水深の比が充分大であるならば主流の速度分布は深さ方向に対数分布、半径方向に強制渦型となる。この時仮想底を考慮に入れると二次流の速度分布を見積ることができる。側壁の影響は壁に近く近い部分に限られる。非常に急激に弯曲する流路を除いては(3)式を充分精度よく基礎方程式として用いることができる。

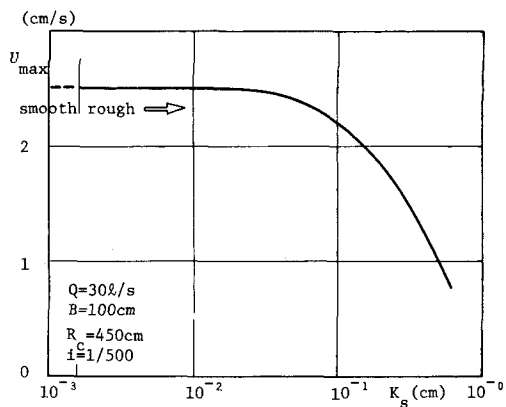


Fig. 3. Effect of roughness on the magnitude of the secondary flow.

(1) Rozovskii, I. L., Flow of Water in Bends of Open Channel, Academy Sciences of the USSR, 1957.

(2) Yen, B. C., Characteristics of Subcritical Flow in a Meandering Channel, Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, 1965.

(3) Muramoto, Y., Internal Structure of Flow through Curved Open Channel(II), Dis. Prev. Res. Annuals, No. 9, 1966.

(4) Kikkawa, H. & others, Secondary Flow in a Bend of Turbulent Stream, Tech. Rep., No.14, Dep. of Civil Eng., Tokyo Inst. of Tech., 1973.

(5) Ippen, A. T. & P. A. Drinker, Boundary Shear Stress in Curved Trapezoidal Channels, Proc. ASCE, Vol.88, HY 5, 1962.

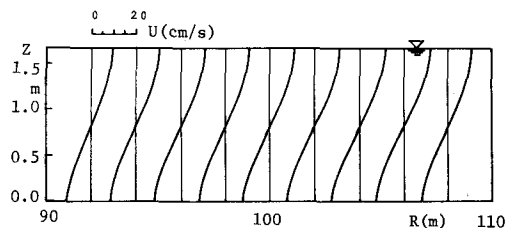


Fig. 4. Computed velocity distribution of the secondary flow in curved open channel.