

1. まえがき

土木構造物のうち特に橋梁についてみると、上部構造物の理論的・実験的研究に比べ、下部構造物である橋脚・橋台については設計上の確実な根拠を得るに至っていない。従って橋脚周辺の洗掘防止工法の研究は重要であると考えられる。本研究の目的は円柱状の橋脚周辺（特に背後）の河床洗掘防止にある。

最近の巨船には、あるフルード数の範囲において造波抵抗を非常に減少するバルブヘッドを有するものがある。本研究は、このバルブヘッドを橋脚に応用しようとするものである。バルブヘッドの役割を演ずる円柱部分を本来の円柱部分につけた横断面形がダルマ型の変形橋脚を考えた。バルブヘッドの役割を演ずる円柱部分は定常波を生ずるが、本来の円柱部分も定常波を生ずる。もしこの二つの波の位相が π だけ違い干渉によって上流側の波高を減少すれば、変形橋脚は上流側の水面を下げ橋脚周辺の流れを二次元的に近付けて橋脚背後の洗掘減少に効果があると考えられる。

2. 理論

(1) 円柱状橋脚のまわりの水面形

一様流中にある円柱状橋脚のまわりの水面形を知る為、速度ポテンシャル Φ を求める。境界条件は、円柱面および河床で法線方向の速度成分が0であり、無限遠で一様流 U_0 であるとした。すなわち、二次元の一様流中の円柱のまわりの流れをあわせる速度ポテンシャル Φ_1 と円柱による波の散乱をあわせる速度ポテンシャル Φ_2 との重ね合わせと考えた。すると $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ で

$$\Phi_1 = U_0 \left(r + \frac{a_0^2}{r} \right) \cos \theta$$

$$\Phi_2 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \left\{ J_m(kr) - \frac{m J_m(k a_0) - k a_0 J_{m+1}(k a_0)}{m N_m(k a_0) - k a_0 N_{m+1}(k a_0)} N_m(kr) \right\} \cos m\theta \cosh kH$$

但し、 A_m は任意定数、 $J_m(kr)$ と $N_m(kr)$ はそれぞれ第一種および第二種のベッセル関数、 k は波数である。次に疑似三次元に直して、ヤルヌーイの式を使って円柱状橋脚周辺の水面形を求めた。

(2) 変形橋脚のまわりの水面形

一様流中にある変形橋脚（円柱状橋脚にバルブヘッドの役割をするもう一つの円柱をつけた、横断面形がダルマ型の橋脚）周辺の水面形を求めてみる。境界条件は、円柱状橋脚と同様である。又、速度ポテンシャル Φ も同様に考えた。すなわち円柱状橋脚における Φ_1 に対応する部分と Φ_2 に対応する部分との重ね合わせと考えた。

半径 a_0 の円（円柱状橋脚の断面形）の外部の流れの領域をダルマ型（バルブヘッドをつけた変形橋脚の断面形）の外部の流れの領域に等角写像する写像関数は、次の様に求められる。

$$\frac{\xi - a_0 e^{i\delta}}{\xi - a_0 e^{-i\delta}} = \left(\frac{P - a_1 e^{i\alpha}}{P - a_1 e^{-i\alpha}} \right)^{\frac{\pi}{\beta}}$$

但し、 α 、 β 、 δ は形かきまる定数

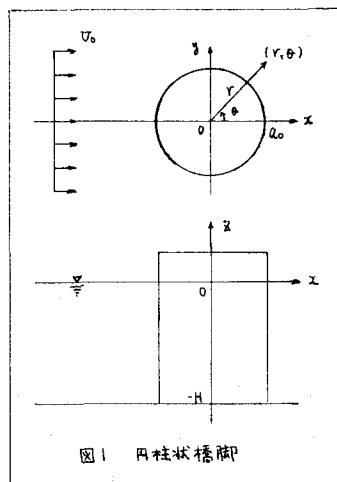


図1 円柱状橋脚

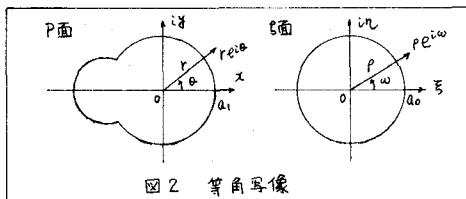


図2 等角写像

さてダルマ型の外側の流水の領域（P面）を半径 a_0 の円の外側の流水の領域（S面）に等角写像する。SはS面では

$$\bar{z}_1 = U \left(P + \frac{a_0^2}{P} \right) \cos \omega, \quad \text{但し } U = U_0 \frac{\pi a_1 \sin \alpha}{\beta a_0 \sin \delta}$$

である。S₂の支配方程式は、ラプラスの方程式であるが境界条件を満足する様に $\bar{z}_2 = \phi(x, y) \cosh k(H+z) T(t)$ とあわせる表面波形の関数 ϕ は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0$$

ヘルムホルツの方程式の解となる。P面を等角写像でS面に写すと

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \left(k^2 / \left| \frac{d\xi}{dP} \right|^2 \right) \phi = 0$$

となるが、ヤコービアンを $P \rightarrow \infty$ での極限値を使った近似で解を求めた。速度ポテンシャル $\bar{z}_2$ は次の様である。

$$\bar{z}_2 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \left\{ J_m(k'P) - \frac{m J_m(k'a_0) - k'a_0 J_{m+1}(k'a_0)}{m N_m(k'a_0) - k'a_0 N_{m+1}(k'a_0)} N_m(k'P) \right\} \cos m\omega \cosh k'H, \quad \text{但し } k' = k \frac{\pi a_1 \sin \alpha}{\beta a_0 \sin \delta}$$

次に疑似三次元に直して、ベルヌーイの式を使い変形橋脚周辺の水面形を求めた。 $\bar{r}$ で水面を示すと

$$\bar{r} = \frac{U_0^2}{2g} - \frac{1}{2g} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial P} \right)^2 + \left(\frac{1}{P} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \omega} \right)^2 \right\} \left| \frac{dP}{d\xi} \right|^2$$

である。

3. 実験

実験に使用した水路は、東京工業大学水工実験室内の全長8m、幅0.4m、高さ0.3mの鋼製置流式水路であり、側面は両面ともガラス張りである。橋脚モデルとしては、ノ種類の半円柱と3種類の変形橋脚モデル（断面形はダルマ型の半分）を用いた。実験において橋脚モデルを水路側面のガラス壁に付け、水面の測定には波高計を使用した。

4. 結論

実験では、上流側で変形橋脚が円柱に比べ水面を下げる。この効果は、円柱部分が定常波を生じ、バルブヘッドもそれに対し負の定常波を生じ干渉により波高を減少すると考えられる。従って円柱に比べ変形橋脚周辺の流れは、二次元流に近づく橋脚背後の局所流擾の減少に効果がある。

円柱状橋脚周辺の水面形の式を導いたが、上流側では、ほぼ実験値の傾向を示す。又、ダルマ型の外側の流水の領域を円のそれに変換する等角写像を利用して、変形橋脚周辺の水面形の式を求めた。この場合も、変形橋脚上流側の水面に対して若干の傾向をあるはず。

円柱状橋脚周辺の水面形の理論値と変形橋脚周辺のそれと比較すると、わずかにあるが変形橋脚周辺の水面形の値の方が、上流側で水面を下げています。従って変形橋脚周辺の水面形をあるはず理論式を、もっと厳密に解けば最適な変形橋脚の形状を決定できると考えられる。

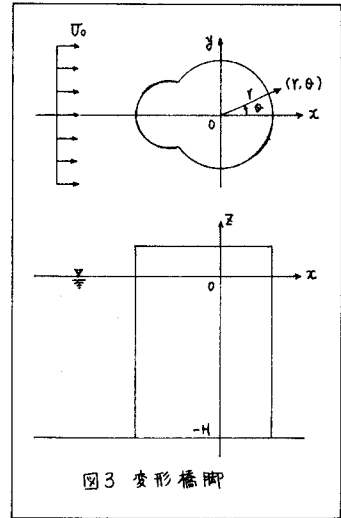


図3 変形橋脚

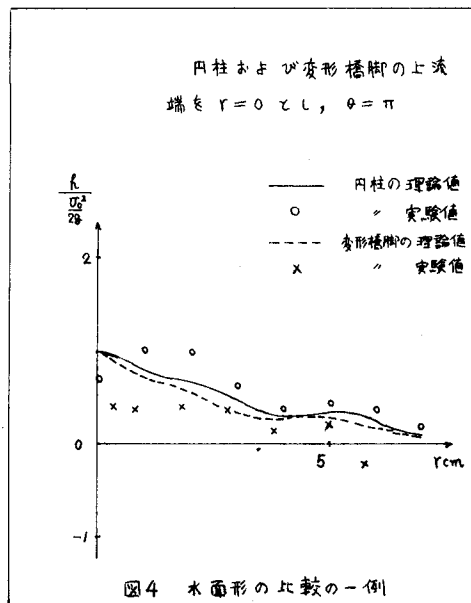


図4 水面形の比較の一例