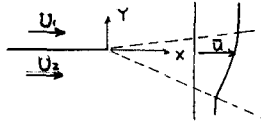


II-101 平行流の混合についての実験研究(2)

東洋大学 工学部 正員 本間 仁
 “ 萩原 国宏
 “ 〇 福井 吉孝

はじめに

我々は河川に於ける合流機構の解析の一段階としてこの表記の研究について昨年度の年次講演会に於いて報告を行なった。その後、運動方程式の境界条件に改良を加え、等角写像による流線の解析をも試みたのでここに発表する。



1 理論的検討

前報告と重複する点もあるが、簡潔に記して置く。運動方程式はX方向で以て

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad \text{---(1)}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0, \quad X = 0 \text{ となる。}$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad \text{---(2)}$$

(2)は相似の仮定、流れ関数、Prandtlの混合距離の導入により、(3)になる。

$$G''(\eta) + G(\eta) = 0 \quad \text{---(3)}$$

$$\text{但し } \eta = \frac{y}{x} \sqrt{\frac{1}{2C_2}} = \frac{y}{x} \cdot K$$

(3)を解くと

$$G(\eta) = C_1 e^{-\eta} + C_2 e^{\frac{\eta}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta + C_3 e^{\frac{\eta}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta \quad \text{---(4)}$$

$\eta' = \eta - \eta_1$ を使って(4)式を変換すると、

$$H(\eta') = d_1 e^{-\eta'} + d_2 e^{\frac{\eta'}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + d_3 e^{\frac{\eta'}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \quad \text{---(5)}$$

以下の(i),(ii),(iii),(iv),(v)で(5)式の未知量を求めて行く。

(i) $\eta = \eta_1$ 即ち、 $\eta' = 0$

$$\bar{u} = U_1$$

(ii) “

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \eta' = 0$$

(iii) $\eta = \eta_2$ 即ち $\eta' = \eta_2' = (\eta_2 - \eta_1) \tau$

$$\bar{u} = U_2$$

(iv) “

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \eta' = 0$$

(v) “

$$U_1 \tau_1 + U_2 \tau_2 = 0$$

[註] 前報告では(5)として $\eta' = 0$ $\bar{u} = 0$ を採った。

(i)より $\eta' = 0$

$$\bar{u} = \frac{U_1}{K} = -d_1 + \frac{1}{2} d_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} d_3 \quad \text{---(6)}$$

(ii)より $\eta' = 0$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = 0 = d_1 - \frac{1}{2} d_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} d_3 \quad \text{---(7)}$$

(iii)より $\eta' = \eta_2'$

$$\begin{aligned} \frac{U_2}{K} = & -d_1 e^{-\eta_2'} + \frac{1}{2} e^{\frac{\eta_2'}{2}} d_2 (C_5 - \sqrt{3} S_5) \\ & + \frac{1}{2} e^{\frac{\eta_2'}{2}} d_3 (S_5 + \sqrt{3} C_5) \quad \text{---(8)} \end{aligned}$$

$$\text{但し } C_5 = \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2', \quad S_5 = \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \quad \text{以後も同様}$$

(iv)より $\eta' = \eta_2'$

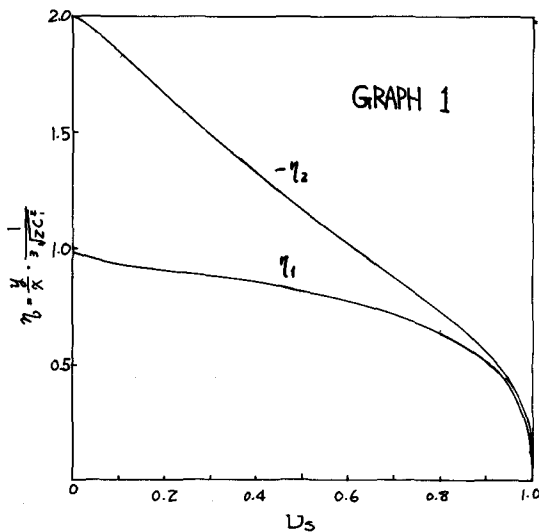
$$\begin{aligned} 0 = & d_1 e^{-\eta_2'} - \frac{1}{2} e^{\frac{\eta_2'}{2}} d_2 (C_5 + \sqrt{3} S_5) \\ & + \frac{1}{2} d_3 e^{\frac{\eta_2'}{2}} (\sqrt{3} C_5 - S_5) \quad \text{---(9)} \end{aligned}$$

(v)より

$$\begin{aligned} 0 = & U_1 (-d_1 - d_2 + \eta_1 \cdot \frac{U_1}{K}) + U_2 \left\{ -d_1 e^{-\eta_2'} \right. \\ & \left. - d_2 e^{\frac{\eta_2'}{2}} C_5 - d_3 e^{\frac{\eta_2'}{2}} S_5 + (\eta_2' - \eta_1) \frac{U_2}{K} \right\} \quad \text{---(10)} \end{aligned}$$

(6),(7),(8),(9),(10)をまとめて整理すると

$$\$$



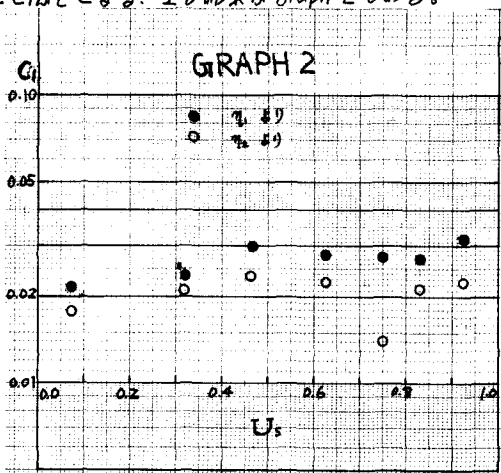
2. 混合距離係数 C_1

$$\eta = \frac{y}{x} \frac{1}{\sqrt{2C_1}}$$

即ち

$$C_1 = \sqrt{\left(\frac{y}{x}\right)^2 \frac{1}{2}}$$

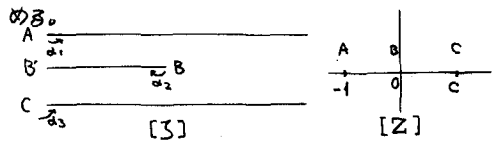
流速分布の測定により、Graph 1 より η が求まると、 C_1 が求まる。主な結果が Graph 2 である。



実験、及び解析の方法上確認たる事を言える点もあるが、だいたいの傾向として、0.02 ~ 0.03 の間の値を示している事が判る。この値は噴流の混合距離係数として与えられた 0.0197 (佐藤 綱井), 0.0129 ~ 0.0180 (本間, 千秋) の値と比較しては、かなり多目の値となっている。

3. 等角写像 による 流線の決定.

次に 等角写像を利用し Z 平面上 $B'-B$ を通る流線を求める。



Schwarz - Christoffel の方法により

$$\zeta = A \int_0^z \frac{dz}{(z-c)(z+1)} + C_0 \quad \text{---(13)}$$

これをたとく

$$\zeta = \frac{A}{1+c} [\log(z+1) + c \log(z-c)] + A_0 \quad \text{---(14)}$$

(14) の定数を決めると

$$\zeta = \frac{k_1}{\pi} \{ \log(z+1) + \log(z-1) \} - i k_1 \quad \text{---(15)}$$

次に W 面を考えると、今考えている問題は

$$W = m_1 \log(z+1) + m_2 \log(z-1) \quad \text{---(16)}$$

の形で与えられる。

(16) は

$$W = \varphi + i\psi$$

$$= m_1 \log(x+iy+1) + m_2 \log(x+iy-1)$$

$$= m_1 (x + i\lambda y) + m_2 (x' + i\lambda y') \quad \text{---(17)}$$

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2} \log \{ (x+1)^2 + y^2 \} \\ Y = \tan^{-1} \frac{y}{x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X' = \frac{1}{2} \log \{ (x-1)^2 + y^2 \} \\ Y' = \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \end{cases}$$

$$\varphi = m_1 \tan^{-1}(y/(x+1)) + m_2 \tan^{-1}(y/(x-1)) - Q \quad \text{---(18)}$$

$x=0, y=0$ を通る流線を $\varphi=0$ とする様子を求めると、

$$\varphi_0 = m_1 \tan^{-1}(y_1) + m_2 \tan^{-1}(y_2) \quad \therefore \varphi_0 = m_2 \pi$$

故に $x=0, y=0$ を通る流線の式は

$$M \pi = \tan^{-1} \frac{y}{x+1} + M \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \quad \text{---(19)}$$

又 (15) より

$$\text{但し } M = m_2/m_1$$

$$\zeta = \frac{1}{4} \log \{ (x+1)^2 + y^2 \} \cdot \{ (x-1)^2 + y^2 \} \quad \text{---(20)}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{y}{x+1} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{y}{x-1} - \frac{\pi}{2} \quad \text{---(21)}$$

(18), (19), (20) より $B'-B$ を通る流線は計算できるわけである。詳しく講演時に述べる予定。

参考文献 岸「水理学演習2」

H. ROUSE 'Advanced mechanics of Fluids'