

京都大学工学部 正員 高津琢馬

京都大学大学院 学生員 小尻利治

京都大学大学院 学生員 丸岡 昇

1. はしがき

近年の流域開発および河道改修の進歩による洪水流量の増大、一方、都市への人口・産業集中による急激な水需要の増加に対処する方策として、ダム群の最適配置、規模、操作が注目されている。その基礎的研究として、著者らは、DP利用によるダム群統合操作方式の決定に関する考察を進めてきた。本研究は、最適操作方式を確立するための基礎となる計算法として、目的関数を近似化したり、また、DDDPの手法を用いた近似解法を行ない、治水・利水制御でのその可能性を検討した。以下では治水制御について述べ、利水の場合は、その双対性を考えることにより適用過程は同じであるから、ここでは省略する。

2. 治水目的の目的関数

著者らは、ダム群による洪水調節の目的を、各評価地点におけるピーク流量と、許容流量との比を最小にすることを定義し、つぎのように表わした。¹⁾ すなわち

$$k \equiv \max_i \left\{ \frac{Q_{ip}}{Q_{id}} \right\} \rightarrow \min \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots (1)$$

点数、 Q_{ip} 、 Q_{id} はそれぞれ、評価地点 i におけるピーク流量、許容流量である。さらに、ダム操作を数値計画における最適制御問題と解釈し、DPによる定式化を行なうため、流量、時間を離散的に取扱い、従来は目的関数として $J = \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^T D_i Q_i(t)$ $\dots\dots (2)$ を採用してきた。ここに $D_i Q_i(t)$ は評価関数であり、評価地点が1個の制御システムの場合は、DPの特性より凸関数(たとえば $Q(t)^2$)であればよい。また、複数評価地点をもつシステムにおいては、地点相互間の影響を重視して各地点に重み Q_i を導入した評価関数 $D_i \{Q_i(t)\} = (mT_0)^{Q_i(t)}$ $\dots\dots (3)$ を提案し、その最適性を明らかにした。ここに Q_i は $Q_i Q_{id} = C$ なる自然数、 T_0 は $T \geq T$ なる実数である。しかし、この指数型の目的関数を用いると、計算上で困難が生じ、対象とする制御システムが期間あるいは規模において強い制限を受けることがわがっている。そこで本研究では、(3)の型の目的関数を用いずに、ダム群による洪水調節の目的である(1)式でそのする、目的関数として用いることとした。(1)式を目的関数として用いたDPによる定式化はつぎのように表現される。

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_N) = \max_k \left[\left\{ \sum_{k \in K} (S_k(T) + I_k(T) - C_k) + \sum_{j \in J} g_j(T) \right\} / Q_{id} \right] \dots\dots (4)$$

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_N) = \min_{\{Q_{id}(t)\}} \left[\max \left\{ \frac{Q_1(t)}{Q_{id}}, \frac{Q_2(t)}{Q_{id}}, \dots, \frac{Q_m(t)}{Q_{id}}, f_{t+1}(S_1 + I_1(t) - Q_1(t), \dots, S_N + I_N(t) - Q_N(t)) \right\} \right] \dots\dots (5)$$

また、この2つの式はつぎのふうになる。

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_N) = \min_{\{Q_{id}(t)\}} k_t \quad \dots\dots (6) \quad k_t = \max_{\substack{1 \leq i \leq m \\ t \leq T}} \left\{ \frac{Q_i(t)}{Q_{id}} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

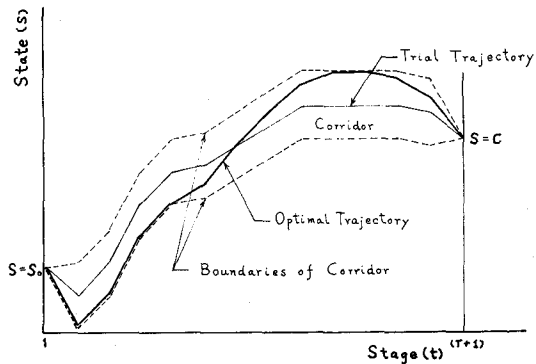
ここにおいて $f_t(S_1, S_2, \dots, S_N)$ の意味はわけて明確であり、とくに $f_1(S_1, S_2, \dots, S_N)$ は初期状態 $S_1, S_2, \dots, S_N$ の系の洪水に対する安全性を示す指標といえよう。また、この値の逆数は洪水処理の安全率と解釈できしたがって1を割ると洪水を処理しきれないことを意味し、系は破壊つまりどこかで破壊することになる。この(1)式でそのする目的関数に用いた適用結果をみると、(3)式を用いた場合とは流量系列が完全に一致せずピーク超越時間が若干長くなる傾向にある。このことは、(3)式を用いた制御結果は単に k の値を最小にするばかりでなく、その k のもとでのピークの超越時間で最小にするものを最適系列としていることを考えれば、当然の結果といえる。しかしながら、 k を最小にすることを第1目的とし、ピークの超越時間を2義的なものと考え、洪水処理の安全率を求めることに重視するならば、その計算時間の短縮を考えると、(1)式を目的関数とするのは十分意義があるものと思われる。また、ピークの出現回数を減少させる操作を加えることによって、最適系列に近づけることも可

能である。一方利水制御の場合にも、(3)式の目的関数を使うと、同じような特徴があてはまり、とくに制御期間が長くなる傾向にあるから、その適用はより有効であろう。

3. DDDP²⁾ (Discrete Differential Dynamic Programming)

複数の貯水池を対象する場合、DPの式をそのまま解いて、解を求めることは、理論上可能であるが、実際には、計算時間上、あるいは計算機の記憶容量上の制限から計算が困難になるのが現状である。このような、DPの手法を使用する際につきまとう多次元性の問題を克服すべく、種々の次元の節減化による近似解法を提案してきたが、ここでは次元の節減化も異なる手法で、上述の困難を克服しようとするものとしてDDDPについて説明も行ない、あわせて、任意流況での適用結果に検討を加える。DDDPの手法は、次元はそのままにして状態変数の変域を制限して、状態量を減らした効果を期待するものであり、Inversible Systemつまり状態変数と決定変数の数が等しいシステムに対して有効であり、あまがにダム群はこの条件を満足している。DDDPの手法でダム群の制御問題について述べると、下図に示すようにまず実行可能な放流量系列を考え、その放流量系列に対応するダム貯水量すなわち状態変数の系列をもって試系列Trial Trajectoryとし、その適当な近傍Corridor内でDP計算を行ないCorridor内での局所的な最適解を求める。続いてその局所的な最適解を次の段階でのTrial Trajectoryとして使い、このようなDP計算を繰り返すことにより全体的な最適解を得ようとするものである。この手法の欠点は局所的な最適化が必ずしも全体的な最適化へとつながらず局所的な最適解に止まってしまう可能性のあることである。この対応策としては(i)厳密にやかれている問題に適用して正しい結果が得られているかどうかチェックする(ii)初期Trial Trajectoryを種々変化させて解の変化を見る(iii)で言うところの、Corridorの中を広くして、計算時間も犠牲にしても厳密解になるべく近い状態で解くなどが考えられる。適用の結果では、厳密に解いた系列と完全に一致しており、しかも、計算時間も非常に短かく、よい結果が得られている。

このようにDDDPの手法は今後極めて有効であると考えられる。ところで、実際にDDDPの適用を行なうにあたっては、Corridorの中での程度にせよよいのが問題となる。計算上の便宜という点からは、なるべく小さくしたいが、中で実際に変化させて計算を行なった結果では、小さくすれば局所的な最適解に止まる恐れが増し、現在のところ明確な基準はなく、できる限り中を、大きくとることが望ましい。



5. あらまし

以上本研究では、ダム群の最適制御方式を求める手法を確立するため、近似化した目的関数の提案と定式化を行ない、その目的関数を用いた近似解法としてのDDDPの適用を行ない、その可能性を検討した。一般には複数のダム、複数の評価地点をもつ大規模な制御システムであると考えられるが、その場合には、まず相関性の強いダム、評価地点に関して、既に提案した基本的なパターンに分類し、つぎにそのサブシステムにおいて各近似解法を組み合わせた計算、たとえば、逐次近似法¹⁾とDDDPあるいは空間基準³⁾を使った方法とDDDPといった計算法によって最適制御系列を求める。最後に、そのサブシステムを統合してトータルシステムの最適制御系列を得るというシステムフローが考えられる。今後は、各近似解法の特徴を把握し、あらゆるシステムでの最適系列が容易かつ迅速に求められるようにしていきたい。

参考文献1)高梅琢馬、横田藤二：DPによる洪水調節方式の決定に関する2,3の考察、46年度関西支部講演概要Ⅱ-6 昭46.10

2) M. Heidari, V. T. Chow: Discrete Differential Dynamic Programming to Water Resources System Optimization

3) 高梅琢馬、池淵風一：複数基準点システムのダム群利水操作について、第27回年次学術会議講演概要Ⅱ-152 昭47.10