II-89　広域利水計画の数理モデルに関する研究

京都大学工学部　正員　○池淵周一
電　々　公　社　正員　　八木高司
京都大学大学院　学生員　藤岡繁樹

1. はしがき　水資源問題で最も緊急な課題は節水であり、水需要のメカニズムの解明によって節水を実現していく必要がある。また水資源の開発限度を考慮した産業立地，人口配置計画もなされるべきである。しかし、上記のことがその評価の困難さのために未解決な現在、上位の国土計画，地域開発計画に対して社会通念上妥当と考えられる水需要は必ず満たすという立場をとれば、将来水需給のバランスのとれなくなる地域では、在来の水需給圏を越えた水の融通、すなわち広域利水の問題を考えていかなければならない。今日の社会情勢は広域利水に種々の困難な問題をなげかけ、広域利水そのものに批判的な意見もあるが、本研究では限りある水資源の効率的利用をはかるべく、時間選好を考慮した施設の建設配分モデルとして広域利水問題をとらえ、そのモデル化に種々の仮定および数理計画技法を用い、広域利水の先行投資的側面を強調した。

2. モデル化の基本と仮定　本研究で用いたモデルは複数の水系があって、水系別に需要地が立地しているというもので、各水系での水源開発プロジェクトの建設時期と導水路をどの水系からどの水系にどれだけの規模でいつ建設すればよいかを問題にしており、そのモデル化のフローチャートを図-Iに示す。以下、このモデル化に必要な仮定を設定しながら順を追って説明しよう。まず、1)各水源開発プロジェクト間の相互関連性は現時点においてはその評価が困難であるので、各プロジェクトはすべて独立で、開発可能規模も独立に算定できるものとする。2)各水系内の累加需要量を推定しておく、3)各水源プロジェクトの規模に対する費用関数は図-2で与える。ここに、$Q_{i,j(i)}$はi水系のj(i)プロジェクトの最大可能開発規模を、$C_{i,j(i)}$はその費用を意味する。4)Qを対象とする系全体での開発可能規模とし、D(t)を対象とする系全体でのt期での需要量とすると、計画目標時期TをQ＝D(T)から決定する。5)最終期Tにおいて各水系の需要量と供給量の間で、$D_i(T)<Q_i$なる水系を余裕水系、その逆を不足水系と判定する。ここに、Q_iはi水系全体での開発可能規模である。6)水系間の導水路に関しては、不足水系であっても開発可能なプロジェクトが存在し供給できる限り、他の余裕水系からは導水しないと仮定する。7)水系間の最適な導水位置はあらかじめ与えられており、導水路は需要に応じて段階的な施工が可能であるとし、同一経路においては導水量と費用は比例すると仮定する。以上の仮定に基づけば、著者らの広域利水問題は、はじめに各水系別に水源開発プロジェクトの建設時期の最適政策を検討し、その結果、将来水需給バランスのとれなくなる水系を不足水系とし、その不足する年度を初年度として以下に述べる数理計画法を適用するという問題に帰着する。なお単一水系での最適政策決定にはWilliam. S. Bucher らのDPモデル[1)]を用いればよい。

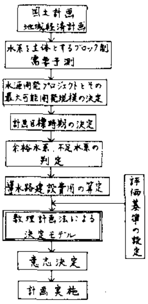

図-1

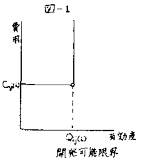

図-2

3. 評価基準の設定　目的達成の度合いを金額で表現することが困難であるが、目的達成度が共通の数量的尺度で測定できる場合、費用有効度分析がよく用いられる。本研究では、広域利水計画における費用と有効度をそれぞれ、水源開発と導水路の建設費用、水源開発によって新規に生み出された水量と定義し、さらに広域利水の場合、限られた費用内で効果の最大化を目指すものではなく、需要量を満たすことが前提になっていると考え、有効度一定で費用の現在価値最小化という評価基準を採用した。

4. 数理計画モデル　以上で明らかなように、本研究での広域利水は、時間に沿っての計画、時間選好を考慮した動的モデルであり、以下ではその具体化を0-1全整数計画法およびDPによって定式化した。

a. 0-1全整数計画モデル　定式化に先だって用いる記号を一括して説明しておく。i)プロジェクトライフT_j;

不足年度から先に述べた計画目標時期までとし、その間を1期5年としてT期間あるとする，ii) $D_i(t)$，$D_k(t)$；余裕水系 i および不足水系 k での累加需要量，iii) $x_{i,j(i)}(t)=1,0$；t 期の期首に i 水系の $j(i)$ プロジェクトを開発する，開発しない，iv) $Q_{i,j(i)}$，$C_{i,j(i)}(t)$；i 水系 $j(i)$ プロジェクトの最大可能開発規模および費用，V) $y_{ikl}(t)=1,0$；i 水系から k 水系へ t 期に l 規模導水する，しない，vi) g_l，$e_{ikl}(t)$；l 規模の導水量，導水費用。以上の記号を用いると，本モデルは制約条件式(1)，(2)，(3)，(4)，(5)のもとで(6)式で与えられる目的関数 Z を最小化する問題に帰する。 $\sum_{t=1}^{T} x_{i,j(i)}(t) \leq 1$ $(i=1,2,\cdots,i_0;\ j(i)=1,2,\cdots,j_0(i))$ ……(1)，$\sum_{l=1}^{l_0} y_{ikl}(t) \leq 1$ $(i=1,\cdots,i_0;\ k=1,2,\cdots,k_0;\ t=1,2,\cdots,T)$ …(2)，$\sum_{t=1}^{t}\sum_{j(i)=1}^{j_0(i)} Q_{i,j(i)} x_{i,j(i)}(t) - \sum_{t=1}^{t}\sum_{k=1}^{k_0}\sum_{l=1}^{l_0} g_l \cdot y_{ikl}(t) \geq D_i(t)$ $(i=1,\cdots,i_0;\ t=1,\cdots T)$ ……(3)，$\sum_{t=1}^{t}\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{l=1}^{l_0} g_l\, y_{ikl}(t) \geq D_k(t)$ $(k=1,\cdots k_0;\ t=1,\cdots T)$ ……(4)，$x_{i,j(i)}(t)$，$y_{ikl}(t)=0$ あるいは 1 ……(5)，$Z=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{j(i)=1}^{j_0(i)} C_{i,j(i)}(t)\cdot x_{i,j(i)}(t)+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{k=1}^{k_0}\sum_{l=1}^{l_0} e_{ikl}(t)\cdot y_{ikl}(t)$ ……(6)。ここで年割引率 r によって $C_{i,j(i)}(t)$，$e_{ikl}(t)$ を表現すれば、それぞれ $C_{i,j(i)}(t)=C_{i,j(i)}(1+r)^{-5(t-1)}$，$e_{ikl}(t)=e_{ikl}(1+r)^{-5(t-1)}$ となり、上式(6)は現在価値最小化問題となる。

b．DPによるモデル　時間に沿って総費用の現在価値を最小にするように水源開発，導水路建設をおこなっていく問題は，外乱としての各水系の需要量 $D_i(t)$，$D_k(t)$ に対して系の状態を変化させる決定の選択が多段にわたっておこなわれる過程，つまり多段決定過程であり，その有効な解法にDPがある。以下ではDPにより前述の問題を定式化しておこう。なお，このモデルの定式化にあたっては前述の仮定に加えて，つぎの2つの仮定を追加している。すなわち，1)水源開発プロジェクトは1水系で1期間にたかだか1プロジェクトしか開発しない。2) t 期の期首に k への導水路建設規模の総和は，k 水系で t 期に新たに発生した需要量だけを導水する。というものである。つぎに変数としては i)決定変数；$X_i(t)$（i 水系で t 期に新規に開発する規模），$j(i)t$（$X_i(t)$ を開発するプロジェクト名），$y_{ik}(t)$（i から k への t 期における導水量），ii)状態変数；$S_i(t)$（i 水系で t 期の最終までの累加開発量，$S_i(t+1)=S_i(t)+X_i(t)$），iii)外乱；$D_i(t)$（余裕水系 i の累加需要量），$d_k(t)$（不足水系 k の t 期に新たに発生した需要量）を考えており，費用関数としては $f_{i,j(i)t}(X_i(t))$ を $X_i(t)$ を $j(i)$ プロジェクトで開発する場合の費用，$g_{ikt}(y_{ik}(t))$ を $y_{ik}(t)$ に対する費用としている。したがって，こうした変数を用いると問題は制約条件式(7)，(8)のもとで(9)式の目的関数を最小にすることになる。 $S_i(t)-\sum_{t=1}^{t}\sum_{k=1}^{k_0} y_{ik}(t) \geq D_i(t)$ ……(7)，$\sum_{i=1}^{i_0} y_{ik}(t)=d_k(t)$ ……(8)，$Z=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{i_0} f_{i,j(i)t}(X_i(t))+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{k=1}^{k_0} g_{ikt}(y_{ikt}(t))$ ……(9) そして、この最小化問題をDPで定式化したものが以下の議論である。すなわち，$F_t(S_1,S_2,\cdots,S_{i_0})$ を期間1から任意の期間 t までの最適な水源開発プロジェクト $\{j(i)t\}$ によって $\{X_i(t)\}$ を開発し，$\{y_{ik}(t)\}$ を導水するときの目的関数の最小値とすると，$t=1$ のとき、制約条件(7)，(8)式のもとで，$F_1(S_1,S_2,\cdots,S_{i_0})=\min_{\{X_i(1),j(i)1,y_{ik}(1)\}}\left[\sum_{i}^{i_0} f_{i,j(i)1}(X_i(1))+\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{k=1}^{k_0} g_{ik1}(y_{ik}(1))\right]$ …(10)，ただし，$X_i(1)=S_i$，また最適性の原理によって t 期においては，$F_t(S_1,S_2,\cdots S_{i_0})=\min_{\{X_i(t),j(i)t,y_{ik}(t)\}}\left[\sum_{i=1}^{i_0} f_{i,j(i)t}(X_i(t))+\sum_{i=1}^{i_0}\sum_{k=1}^{k_0} g_{ikt}(y_{ik}(t))+F_{t-1}(S_1-X_1(t),S_2-X_2(t),\cdots,S_{i_0}-X_{i_0}(t))\right]$ …(11)，ただし，$\{j(i)t\} \neq \{j(i)1, j(i)2,\cdots j(i)t-1\}$。同様に最終期Tにおいても $F_T(S_1,\cdots,S_{i_0})$ が定式化され，T期の状態はすべての水源開発プロジェクトを開発しきった状態だから，$F_T(S_1,\cdots S_{i_0})$ が1～T期の最小費用を表わす。以上のようにして，(10)；(11)式を順次解いていけば水源開発順序と時期および導水路のルート，導水量，時期が決定される。

5．モデルの感応度分析　以上で時間選好を考慮した動的建設配分モデルが組み立てられたが，こうしたモデルは明らかに決定論的なモデルである。しかし実際には広域利水の問題には不確定性が存在してるのであり，将来の系全体の予測値の誤差が、得られた最適解にどのような影響を及ぼすか、その影響の度合により，計画の安全度，予測精度の向上がはかられよう。本研究では，2余裕水系，2不足水系を仮想モデルとし、割引率の変動，需要量の変動，水源開発と導水路のコスト比の変動が、最適解にどのような影響を及ぼすかを感応度分析したが，結果は講演時に述べたい。

6．結語　以上，種々の仮定を設けて広域利水計画の数理モデルを提案したが，こうしたモデルを実際問題に適用していくためには、費用関数をはじめとする資料を収集していくとともに、計算の実行によって多くの計画情報を蓄積していく必要があろう。

1) William S. Bucher, Yacou Y. Haimes, Warren A. Hall；Dynamic Programming for the Optimal Sequencing of Water Supply Projects, Water Resources Research Vol 5. No 6, 1969