II-88　水資源計画における信頼性についての基礎的考察

大阪大学　工学部　正　員　室田　明
近畿大学理工学部　正　員○江藤　剛治
大阪大学　大学院　学生員　吉岡　正道

1. はじめに

水資源計画策定の各段階でいろいろな種類の不確実性の存在と誤差の介入が予想され，これによって計画自身の信頼度ははなはだ心もとないものとなっている。筆者らはこのうち，水文資料にもとずく信頼度の減少について研究を継続してきたが，一応の成果が得られたと考えられるのでここに総括して報告する。

既往の研究においてはこのようなテーマは，各論文の中で他の主要なテーマにからんで断片的に取り上げられているにすぎず，しかもその大部分はシミュレーションによるケース・スタディであった。本論文では計画評価の基準として計画期間内における渇水回数（流量が目標放流量に満たない状態の回数），および総不足水量を採用し，これらの諸量におよぼす水文資料数（観測期間長），計算時間単位の取り方，水文観測誤差などの影響を理論および数値実験により考察した。

2. 渇水回数・不足水量の理論解

渇水回数・不足水量は元来統計量であるから，その理論的取り扱いは確率論的アプローチによってなされるべきである。これによりその期待値・分散あるいはより高次のモーメントなどの統計的特性量が導ければ，上述のごとき信頼度解析のみならず水資源計画全般にわたって有効な手段を提供するであろうことは言うまでもない。既に発表したいくつかの報告に示すごとく，このような観点から筆者らは単一の貯水池による流量の人工調節を含む水資源開発システムに対して，渇水回数・不足水量の統計的特性についての近似的な理論解を導いた。これらの解は線型回帰単純マルコフ連鎖をなし，正規分布に従う単純化されたモデル的な流入量時系列を用いたシミュレーション結果に対してかなり良く適合した。しかしながら実測水文資料を用いたシミュレーション結果とは，特に期待値についてそれほど良い適合性を示さなかった。よって本節ではまず，渇水回数・不足水量の期待値についてあらたな理論式を呈示し，これと実測水文資料を用いたシミュレーション結果を比較する。

貯水池操作は一定量放流方式とする。また理論式を導くにあたってつぎのような仮定をおく。i）貯水池への流入量と放流量の平均は等しい，ii）放流量の標準偏差は筆者らの導いた等価線型貯水池システムにより十分な精度で計算できる，iii）放流量の確率密度関数は，目標放流量より大あるいは小なる流量に対してそれぞれ流入量の確率密度関数に相似形で小さくなるものとし，その減少分は目標放流量の部分に集中するものとする。

それぞれの仮定について補足する。第1の仮定は当然成り立つ。第2の仮定は正規分布に対して参考文献2）の表－1で，実測水文資料に対しては文献5）の *Fig.* 4，*Fig.* 5 において既に検証されている。第3の仮定について例を示す．*Fig.* 1 は琵琶湖についての流入量と放流量の頻度分布の例であるが，目標放流量X_0に近接する部分で仮定より小さくなる傾向が見られる程度で，X_0より大小それぞれの部分において流入量と放流量の頻度分布はほぼ相似と見做してよいであろう．

説明図*Fig.* 2 を参照して，$X<X_0$，$X>X_0$に対する減少率をそれぞれε_1，ε_2 とすると，平均値は変わらないという条件から，

$$(\varepsilon_1 q K_1 + \varepsilon_2 p K_1') - (\varepsilon_1 q + \varepsilon_2 p) X_0 = 0 \tag{1}$$

流入量の分散をσ^2 とするとき放流量の分散が$D\cdot\sigma^2$に減少するものとすると，この条件より，

$$\{\varepsilon_1 q (K_1^2 + K_2) + \varepsilon_2 p (K_1'^2 + K_2')\} - (\varepsilon_1 q + \varepsilon_2 p) X_0^2 = D\cdot\sigma^2 \tag{2}$$

Dは第2の仮定から等価線型貯水池システムを用いて導くことができ（ 5）参照），近似的には，

$$D = \left\{1 - \frac{1}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}\left(\sigma_a^2 \frac{1}{\sqrt{1 + a^2\omega^2}} + \frac{k}{a + k}\sigma_b^2\right)\right\} \tag{3}$$

ここに，$K_1=\frac{1}{q}\int_{-\infty}^{X_0}xf(x)dx$，$K_2=\frac{1}{q}\int_{-\infty}^{X_0}x^2f(x)dx$，$K_1'=\frac{1}{p}\int_{X_0}^{\infty}xf(x)dx$，$K_2'=\frac{1}{p}\int_{X_0}^{\infty}x^2f(x)dx$，

$q=1-p=\int_{-\infty}^{X_0}f(x)dx$，$f(x)$：流入量の確率密度関数，$X$：流量，$X_0$：目標放流量，$\sigma_a^2$：年周期変動の分散，$\sigma_b^2$：年周期変動のまわりの変動成分の分散，$\omega$：年周期の角振動数，(1)，(2) 式を連立に解いて，

$$\varepsilon_1 = D\cdot\sigma^2/[q\{K_1^2+K_2+\theta(K_1'^2+K_2')-(1+\theta)X_0^2\}],\quad \theta=-(X_0-K_1)/(X_0-K_1') \qquad (4)$$

これより渇水回数の期待値 $E(n)$，不足水量の期待値 $E(S_n)$ は，

$$E(n)=(1-\varepsilon_1)qN,\quad E(S_n)=(1-\varepsilon_1)qN\,|K_1-X_0| \qquad (5)$$

ただし $\varepsilon_1 \geqq 1.0$ のときは $\varepsilon_1=1.0$ とおくものとする。

以上の理論は正規分布・ガンマ分布に従い，線型単純マルコフ連鎖をなす定常時系列を流入量時系列として用いたシミュレーション結果と良く一致した。Fig.3はその例である。また琵琶湖に対する適用例をFig.4に示す。図中実線がシミュレーションによるほぼ正確な値であり，●で示したものは年周期変動を無視したときの理論解，■で示したものは年周期変動をサイン・カーブ，そのまわりの変動を定常時系列と見做したときの解，▲は1年を適当に豊水期と低水期の2期間に分け，それぞれの期間のみを継ぎ合せて作った時系列が定常であるとして計算した理論解である。

皮肉にも年周期変動を無視した●のみが全ケースについて十分な精度でシミュレーション値に一致している。これは■が年周期変動をごく粗くサイン・カーブで，またそのまわりの変動を定常時系列で近似したことによるものと考えられる。しかしながら貯水池規模が大きくなり，年周期変動のまわりのランダム変動が平滑化されて年周期変動が卓越してくると，ごく粗い近似であれ年周期を考慮した■はシミュレーション値に一致してくる。この手法が今後発展すべきもっとも正統的な手法であるから，流入量時系列の周波数分析などを踏まえて，再度より精密な計算を行なってみる必要があろう。

上式を用いて計算時間単位，水文観測誤差が計画の信頼度に及ぼす影響を導くことができる。たとえば流量観測において定誤差が介入したとすれば，流量時系列の平均値μは定誤差の大きさ$\Delta\mu$だけ過大評価される。このとき$E(n)$，$E(S_n)$などの相対誤差は$(E_{\mu+\Delta\mu}-E_\mu)/E_\mu$，あるいは$\Delta\mu$が小さいときは$(\Delta\mu\cdot\partial E/\partial\mu)/E$のごとき式により計算されるであろう。

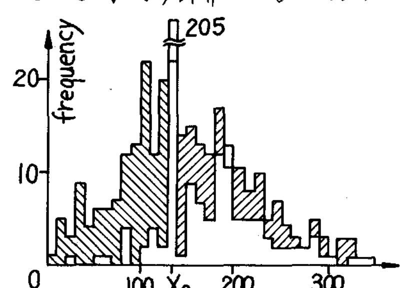

Fig-1

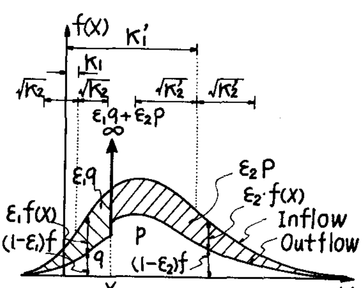

Fig-2

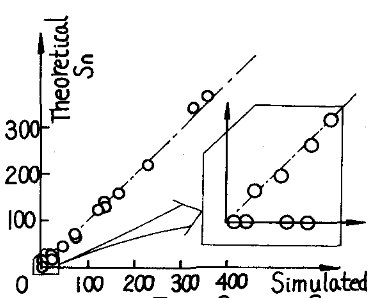

Fig-3

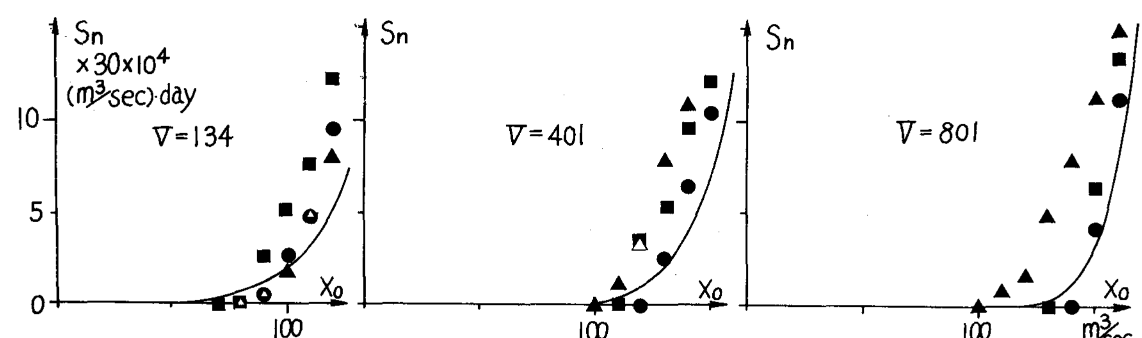

Fig-4

3. 水文資料に起因する水資源計画の信頼度の低下

既に発表したいくつかの研究成果，およびあらたに導いた上述の式を用いて水文資料に起因する水資源計画の信頼度の減少を評価することができる。これらの成果を要約しておく。

1）資料数との関係：資料観測年数がT_*，貯水池システムに対する等価線型貯留定数がa，自然流量の時定数がkで表わされ，たとえばその間の総不足水量の期待値が$E(S_n)$，資料数がT_*しかないことによる分散が$Var(S_n)$と表わされるとき，

$$\sqrt{Var(S_n)}\Big/E(S_n)=2.4\,(a/k)^{1/4}\sqrt{\frac{a+k}{T_*}}\sqrt{\frac{p}{q}}\sqrt{1+\frac{K_2}{p(x_0-K_1)^2}} \qquad (6)$$

その後の研究で係数2.4については検討の余地があることがわかったが，わが国における実用的な計画の範囲では，(6)式によってオーダー的な推定が可能である。たとえば許容誤差$\alpha=20\%$程度とすれば，琵琶湖の1.5m開発計画では100年以上，木津川高山ダムの現状の操作方式に対しては50年足らずの流量資料が必要である。また式の形から明らかなように信頼度を2倍に上げるには，さらに4倍の資料が必要であり，1/2で許すものとすれば1/4の資料数があれば十分である。（文献3），5）参照）

2）時間単位との関係：たとえば時間単位をN倍にするということは，もとの水文資料をN個ずつ加えて作ったあらたな水文量時系列を用いて計画を策定することである。すなわちN個の水文量の和の統計的特性が計算されれば，これを(5)式に入れることによりこの場合の$E(n)$，$E(S_n)$が求まる。これと原系列を用いて計算した$E(n)$，$E(S_n)$を比較することにより時間単位の影響は一般的に議論できる。しかしながらより実用的には，貯水池からの放流量の時定数$(a+k)$と最適時間単位Δt_{opt}との関係が与えられれば便利であろう。このような見地から実用的な範囲で両者の関係を調べると，許容誤差$\alpha=20\%$のとき，$\Delta t_{opt}\fallingdotseq 0.7(a+k)$なる関係が得られた。たとえば琵琶湖の1.5m計画に対して$\Delta t_{opt}\fallingdotseq 1$ヶ月，高山ダムで5日〜10日であった。（文献4）参照，水文量の和の統計的特性については7），6）参照）

3）水文観測誤差の影響：一般的な議論としては前節の最後に記したとおりである。より具体的に検討したところでは，$\alpha=20\%$とすると流量観測における測定誤差は，定誤差で2%以下，偶然誤差で10%以下に抑えねばならない。このような精度は現状の水文観測技術の最高レベルの技術をもってしてもなかなか実現困難であろう。よって資料数の決定，時間単位の選定においてもそれ以上に高い精度を要求することは無意味である。これらの考察における許容誤差$\alpha=20\%$はこのような見地から決定したものである。（文献1）参照）

4. おわりに

シミュレーション手法による水資源計画の策定において，必要な観測水文資料数，時間単位の設定法，許容できる観測誤差に関する理論的考察と，実用的な算定式および数値の呈示を行なった。また逆にこれらの成果を用いて，水文資料の不確実性・不十分性（Uncertainty, Inadequacy）にもとずく計画自身の信頼度の減少を評価することができる。

最後に本研究の遂行に協力していただいた大成建設：田中剛氏をはじめ，多くの方々に心からの謝意を表する。
本研究に用いた電子計算機は大阪大学・京都大学各大型電子計算機センターのNEAC2200-700，FACOM 230-60であった。

［参考文献］1)室田・江藤・吉岡：水資源計画のための水文資料の精度について，昭47関西支部年講，
2)室田・江藤・吉岡：等価線型貯水池システムについて，昭47土木学会年講，
3)室田・江藤・吉岡：水資源計画の信頼性について，昭47土木学会年講，
4)室田・江藤・田中：水資源計画における時間単位に関する研究Ⅲ－最適時間単位について－，昭48関西支部年講，
5)室田・江藤・吉岡：水資源計画に及ぼすSample-Sizeの影響－実流域への適用－，昭48関西支部年講，
6)室田・江藤・田中：水資源計画における時間単位に関する研究Ⅰ－水文資料の確率分布との関係－，昭47土木学会年講，
7)室田・江藤・田中：水資源計画における時間単位に関する研究－自己相関特性との関係－，昭48関西支部年講。